

1. a) Estudie la convergencia de las siguientes series

a)  $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{2^n}{(n+1)!}$  b)  $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^2}$  c)  $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\cos(n)}{n^2}$ .

En todos los casos enuncie el criterio utilizado y justifique la respuesta.

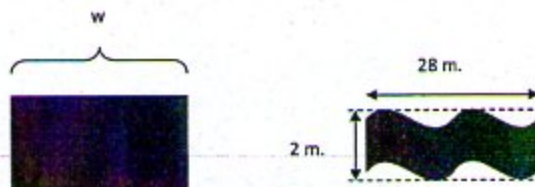
b) Defina serie geométrica y demuestre que si la razón  $|q| < 1$ , entonces la serie es convergente. Halle, si es posible, la suma de la serie  $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\sqrt{2}}{2^{3n+1}}$  justificando la respuesta.

2. Sea la curva  $r = 3 \sin \theta$ .

a) Dibuje la curva en el plano  $XY$  y compruebe si el punto de coordenadas cartesianas  $P = (3/2, 3/2)$  pertenece a la curva.

b) Halle el área de la región determinada por la curva y la recta de pendiente  $-1$  que pasa por  $P$ .

3. Un fabricante de tejados de metal corrugado quiere producir paneles que tengan 28 metros de ancho y 2 m. de espesor, mediante la transformación de láminas planas de metal. El perfil del tejado toma la forma de una onda senoidal como muestra la figura. Compruebe que la curva senoidal tiene la ecuación  $y = \sin(\frac{\pi}{7}x)$  y halle el ancho  $w$  de la lámina plana que se necesita para elaborar el panel de 28 metros de largo. Aplique la regla trapezoidal para calcular la integral planteada utilizando 28 divisiones. Observe que la gráfica de la curva es periódica.



4. Halle la longitud de un arco de cicloide

$$\begin{cases} x = 2(t - \sin t) \\ y = 2(1 - \cos t) \end{cases}, \quad 0 \leq t \leq 2\pi. \quad (1)$$

Se sugiere utilizar la identidad trigonométrica  $\sin^2(t) = \frac{1 - \cos(2t)}{2}$  para resolver la integral planteada.

5. Determine si las siguientes integrales impropias son convergentes o divergentes.

a)  $\int_1^{\infty} \frac{1+e^{-x}}{x} dx$  b)  $\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx$  c)  $\int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-x^2} dx$ .

OPTATIVO: Utilizando una tabla calcule a)  $\int x^2 \sqrt{x^2 + 1} dx$  b)  $\int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}} dx$