**Primer examen parcial - Análisis Matemático I - Segundo cuatrimestre 2021**

**Observación** En todos los casos que haya que calcular límites, estos deben estar resueltos **sin** usar las regla de L´Hopital.

1. Dada la función $f(x) = -2^{x+1} + 1$.

   *a*) Hallar las intersecciones con los ejes coordenados. Graficar.

   *b*) Indicar si la función es inyectiva, justificando la respuesta. Hallar la función inversa haciendo una restricción del dominio en caso de ser necesario. Graficar $f$ y $f^{-1}$ en un mismo sistema de ejes cartesianos.

   *c*) Verificar que $\left(f \circ f^{-1}\right)(x) = \left(f^{-1} \circ f\right)(x) = x$

2.

   *a*) Resolver la siguiente ecuación logarítmica:

   $$\ln(2x) + \ln(x+4) - 3\ln(x) = 0$$

   *b*) Calcular, si existen, los siguientes límites. En caso de dar $\infty$, indicar si es $+\infty$ ó $-\infty$.

   1) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{5 - |6 - x|}{|-x| - 1}$

   2) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\sqrt{x^5 + 2x}}{2x^2 - 3x + 1}$

3. Considerar la función $f(x) = |\cos(2x)| + 1$.

   *a*) Graficar la función, e indicar la imagen.

   *b*) Hallar los puntos de intersección entre las funciones $y = f(x)$ y $g(x) = \frac{3}{2}$.

   *c*) Estudiar la paridad, y en caso de ser una función par o impar demostrarlo analíticamente.

4. Considerar la función definida por:

   $$f(x) = \begin{cases} \frac{\operatorname{sen}(2x)}{x} & \text{si } x < \pi, \quad x \neq 0 \\ 3x^2 & \text{si } x \geq \pi \end{cases}$$

   *a*) Hallar y clasificar las discontinuidades, en caso de ser evitable, redefinir de manera que resulte continua allí.

   *b*) Hallar, si existen, las asíntotas horizontales y verticales de la función. Escribir las ecuaciones correspondientes.