Nombre: ..................................................................................................L.U.: ..............................

Procesamiento Digital de Señales - Recuperatorio - 4 de julio de 2011

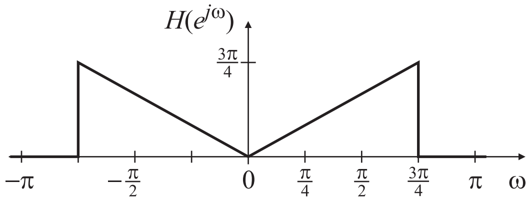
1. Verifique si el sistema caracterizado por la ecuación a diferencias $y[n] = x[n-1] + (1/2)^n\, y[n-1]$, con $y[-1] = 0$, es:
   (*a*) lineal;
   (*b*) invariante en el tiempo;
   (*c*) causal;
   (*d*) estable.

2. (*a*) Calcule y grafique el módulo del espectro $X(e^{j\omega})$ de la señal $x[n] = 2\cos(\pi/4n) + 3\cos(3\pi/4n)$ para $-\infty < n < \infty$.
   (*b*) Usando el resultado del inciso anterior, y las propiedades de la TFTD, calcule y grafique el espectro $Y(e^{j\omega})$ de la señal $y[n] = 2\cos(\pi/4n) + 3\cos(3\pi/4n)$ para $0 \le n \le 7$.
   (*c*) Calcule y grafique $Y_8[k]$, la TDF de 8 puntos de $y[n]$, para $0 \le k \le 7$.
   (*d*) Calcule y grafique $Y_{16}[k]$, la TDF de 16 puntos de $y[n]$, $0 \le k \le 15$.
   (*e*) ¿Hay alguna relación entre $Y_8[k]$ y $Y_{16}[k]$?

3. La respuesta en frecuencia $H(e^{j\omega})$ de un SLIT y estable es real y par. El sistema inverso ¿es estable? Justifique su respuesta.

4. La entrada a un sistema discreto de procesamiento de señales de tiempo continuo es $x_c(t) = 1 + 2\cos(2\pi 1000t) + 3\cos(2\pi 8000t)$. El filtro discreto $H(e^{j\omega})$, dentro del intervalo $-\pi < \omega < \pi$, tiene la respuesta en frecuencia

$$H(e^{j\omega}) = \begin{cases} |\omega|, & |\omega| < \frac{3\pi}{4}, \\ 0, & \text{en caso contrario.} \end{cases}$$




   y la frecuencia de muestreo es $f_s = 1/T = 6000$ Hz.

(*a*) Grafique detalladamente el espectro $X_c(f)$ de $x_c(t)$

(*b*) Calcule y grafique el espectro $X_s(f)$ de la señal muestreada continua $x_s(t)$.

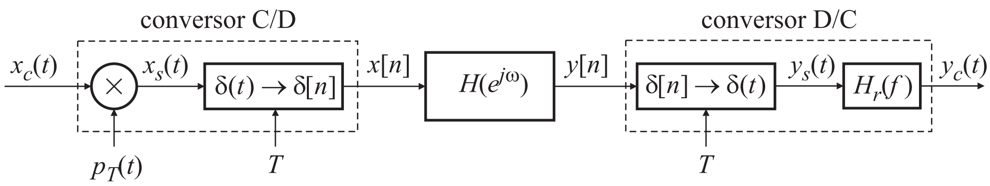
(*c*) Calcule y grafique el espectro $X(e^{j\omega})$ de la señal discreta $x[n]$, identificando las frecuencias relevantes en el intervalo $|\omega| < \pi$.

(*d*) Calcule y grafique el espectro $Y(e^{j\omega})$ de la señal discreta $y[n]$ a la salida del filtro $H(e^{j\omega})$.

(*e*) Calcule y grafique el espectro $Y_s(f)$ de la señal muestreada continua $y_s(t)$

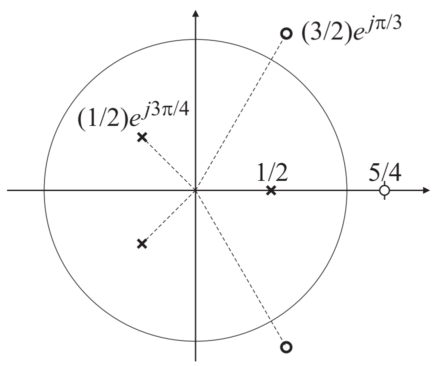
(*f*) Calcule y grafique la respuesta en frecuencia de la señal continua de salida $y_c(t)$.

(*g*) Escriba la expresión analítica de la señal $y_c(t)$.




5. La función de sistema de un SLIT causal y estable es

$$H(z) = \frac{\left(1 - \frac{3}{2} e^{j\pi/3} z^{-1}\right)\left(1 - \frac{3}{2} e^{-j\pi/3} z^{-1}\right)\left(1 - \frac{5}{4} z^{-1}\right)}{\left(1 - \frac{1}{2} e^{j3\pi/4} z^{-1}\right)\left(1 - \frac{1}{2} e^{-j3\pi/4} z^{-1}\right)\left(1 - \frac{1}{2} z^{-1}\right)}, \quad |z| > 3/4$$




   (*a*) Descomponga el sistema $H(z)$ en un sistema de fase mínima en cascada con un filtro pasatodos, $H(z) = H_M(z)\, H_{PT}(z)$. Escriba las funciones de sistema $H_M(z)$ y $H_{PT}(z)$, y grafique el diagrama de polos y ceros.
   (*b*) Diseñe un compensador $C(z)$ tal que $|C(z)\, H(z)| = 1$.
   (*c*) Si es posible, descomponga el sistema $H(z)$ en un sistema de fase mínima en cascada con un sistema de fase lineal generalizada, $H(z) = H_{M2}(z)\, H_{FLG}(z)$. Escriba las funciones de sistema $H_{M2}(z)$ y $H_{FLG}(z)$, y grafique el diagrama de polos y ceros.
   (*d*) Diseñe un compensador $C_2(z)$ tal que $|C_2(z)\, H(z)| = H_{FLG}(z)$.
   (*e*) Encuentre la respuesta en frecuencia $H_{FLG}(e^{j\omega})$ del sistema compensado $H_{FLG}(z)$, y exprésela en la forma $H_{FLG}(e^{j\omega}) = A(\omega) e^{-j(\beta+\alpha\omega)}$, donde $A(\omega)$ es real. Especifique $A(\omega)$, $\alpha$ y $\beta$.
   (*f*) Escriba la ecuación a diferencias del sistema compensado $H_{FLG}(z)$, y la respuesta impulsiva $h_{FLG}[n]$.

| Serie de Fourier (SF) | Transformada de Fourier (TF) | Transf. de Fourier de señales discretas (TFTD) | Transf. Discreta de Fourier (TDF) |
|---|---|---|---|
| $\tilde{x}(t)=\sum_k c_k e^{j\frac{2\pi}{T}kt}$ | $x(t)=\int_{-\infty}^{\infty} X(f)e^{j2\pi ft}df$ | $x[n]=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega})e^{j\omega n}d\omega$ | $x[n]=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} X[k]e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$ |
| $c_k=\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)e^{-j\frac{2\pi}{T}kt}dt$ | $X(f)=\int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j2\pi ft}dt$ | $X(e^{j\omega})=\sum_n x[n]e^{-j\omega n}$ | $X[k]=\sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$ |
| Varios | $\sum_{k=0}^{N-1}\rho^k=\frac{1-\rho^N}{1-\rho}$, $\sum_{k=0}^{\infty}\rho^k=\frac{1}{1-\rho}$ | $\operatorname{sinc}(x)=\frac{\operatorname{sen}(\pi x)}{\pi x}$ | |

| dominio frecuencial ($\Omega$) | | dominio temporal | | dominio frecuencial ($f$) |
|---|---|---|---|---|
| $X\left(e^{j\omega}\right)=\frac{1}{T_s}\sum_k X_c\left[\frac{1}{T_s}(\omega-2\pi k)\right]$ | $\Leftrightarrow$ | $x[n]=x_c(nT_s)$ | $\Leftrightarrow$ | $X\left(e^{j\omega}\right)=\frac{1}{T_s}\sum_k X_c\left[\frac{f_s}{2\pi}(\omega-2\pi k)\right]$ |
| $Y\left(e^{j\omega}\right)=H\left(e^{j\omega}\right)X\left(e^{j\omega}\right)$ | $\Leftrightarrow$ | $y[n]=x[n]*h[n]$ | $\Leftrightarrow$ | $Y\left(e^{j\omega}\right)=H\left(e^{j\omega}\right)X\left(e^{j\omega}\right)$ |
| $Y_s(\Omega)=Y(e^{j\omega})\big\vert_{\substack{\omega=\Omega\frac{2\pi}{\Omega_s}\\=\Omega Ts}}$ | $\Leftrightarrow$ | $y_s(t)=\sum_n y[n]\delta(t-nT_s)$ | $\Leftrightarrow$ | $Y_s(f)=Y(e^{j\omega})\big\vert_{\substack{\omega=f\frac{2\pi}{f_s}\\=2\pi fTs}}$ |
| $\begin{aligned}Y_r(f)&=H_r(\Omega)Y_s(\Omega)\\&=T_sH\left(e^{j\omega}\right)X\left(e^{j\omega}\right)\big\vert_{\substack{\omega=\Omega\frac{2\pi}{\Omega_s}\\=\Omega Ts}}\end{aligned}$ | $\Leftrightarrow$ | $y_r(t)=\sum_n y[n]h_r(t-nT_s)$ | $\Leftrightarrow$ | $\begin{aligned}Y_r(f)&=H_r(f)Y_s(f)\\&=T_s\,H\left(e^{j\omega}\right)X\left(e^{j\omega}\right)\big\vert_{\substack{\omega=f\frac{2\pi}{f_s}\\=2\pi fTs}}\end{aligned}$ |
| $H_c(\Omega)=\begin{cases}H\left(e^{j\omega}\right)\big\vert_{\substack{\omega=\Omega\frac{2\pi}{\Omega_s}\\=\Omega Ts}}, & \text{si } \lvert\Omega\rvert<\frac{\Omega_s}{2}=\frac{\pi}{T_s},\\0, & \text{caso contrario.}\end{cases}$ | | | | $H_c(f)=\begin{cases}H\left(e^{j\omega}\right)\big\vert_{\substack{\omega=f\frac{2\pi}{f_s}\\=2\pi fTs}}, & \text{si } \lvert f\rvert<\frac{f_s}{2}=\frac{1}{2T_s},\\0, & \text{caso contrario.}\end{cases}$ |

$$z^N=re^{j\theta}\quad\Rightarrow\quad z_k=\sqrt[N]{r}e^{j\frac{\theta+2\pi k}{N}},\ k=0,1,\ldots,N-1$$

| | |
|---|---|
| Transformada Bilineal: | $s=\frac{2}{T}\frac{(1-z^{-1})}{(1+z^{-1})}$, $z=\frac{(2/T+s)}{(2/T-s)}$, $\omega=2\arctan(\pi fT_d)$, $f=\frac{1}{\pi T_d}\tan\left(\frac{\omega}{2}\right)$ |
| Invariación al impulso: | $h[n]=T_d\,h_c(t)\big\vert_{t=nT_d}$ |