

**Profesor:** Chesñevar, Carlos Iván

**Asistente:** García, Diego

### Primer parcial de Teoría de la Computabilidad - 25/04/2019

1. Demostrar formalmente que  $L = \{a^n b^p a^{(n \times p)} b^p a^n \mid n, p \geq 0\}$  no es libre de contexto utilizando el “pumping theorem”
2. Sea  $\text{sumaoresta}(x,y)$  la función definida como sigue

$$\text{sumaoresta}(x,y) = \begin{cases} x-y, & \text{si } x > y \\ x+y, & \text{si } x \leq y \end{cases}$$

Por ejemplo  $\text{sumaoresta}(1,4) = 5$ ,  $\text{sumaoresta}(4,2) = 2$  y  $\text{sumaoresta}(3,3) = 6$

- a) Proponer una estrategia en forma de algoritmo para computar, mediante una máquina de Turing, la función  $\text{sumaoresta}(x,y)$  para dos números  $x$  e  $y$  en notación unaria, con  $x,y > 0$ .
- b) Especifique una máquina de Turing determinista que compute la función  $\text{sumaoresta}(x,y)$  siguiendo la estrategia planteada. Brinde la definición formal de la máquina de Turing obtenida. Para definir  $\delta$  brinde solamente la representación gráfica.

**Nota:** Asuma que en la cinta se encuentra el número  $x$ , seguido del símbolo “\$” (separador) seguido del número  $y$ . Un símbolo “#” aparece tanto a la izquierda de  $x$  como a la derecha de  $y$ . Puede asumir que el resto de la cinta contiene los símbolos “\*”. Considere que la máquina comienza con la cabeza sobre el primer símbolo “#”. Al finalizar la ejecución de la máquina, la cinta sólo podrá tener dos apariciones del símbolo “#” que delimitan el resultado de la función. Por ejemplo: si  $x=1, y=4$ , entonces la cinta contendrá inicialmente ...\*\*#11\$11111#\*\*... y luego de la ejecución contendrá ...#111111#...

**No se aceptará ninguna otra convención sobre el formato inicial y final de la cinta**

3. Dado el lenguaje  $\{a^{2p} b^q c^{p+q} \mid p, q \geq 0\}$  obtenga el autómata a pila para reconocerlo. Especifique tanto el grafo como la definición formal, sin necesidad de definir la función  $\delta$ .
4. Dado el lenguaje  $L = \{a^n w b^n \mid w \in \{0,1\}^*, |w| = n, n \geq 0\}$ 
  - a) Obtenga una gramática que genere  $L$ . Numere y especifique brevemente el propósito de cada una de las reglas de producción y de los símbolos viajeros de la gramática.
  - b) ¿De qué tipo es la gramática obtenida? Justifique.
  - c) Muestre una derivación para la cadena ‘ $aa01bb$ ’. Indique claramente la regla de la gramática obtenida utilizada en cada paso.
5. Asuma que se ha demostrado que:
  - $L_1 = \{a^{2p} b^q c^{p+q} \mid p, q \geq 0\}$  es libre de contexto
  - $L_2 = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$  no es libre de contexto

Utilizando las propiedades de clausura, demuestre si los siguientes lenguajes son libres de contexto o no:

a)  $L_a = \{b^n c^n \mid n \geq 0\}$

b)  $L_b = \{a^n c^{2n} \mid n \geq 0\}$

c)  $L_c = \{a^n b^n c^p d^q \mid p+q=n; n,p,q \geq 0\}$

**Nota:** primero determine intuitivamente si el lenguaje es libre de contexto o no. Luego realice la demostración utilizando propiedades de clausura y los lenguajes  $L_1$  y  $L_2$  (también puede utilizar los lenguajes  $L_a$ ,  $L_b$  o  $L_c$  una vez que haya demostrado si son libres de contexto o no). Para demostrar que un lenguaje no es libre de contexto realice una demostración por el absurdo, sin necesidad de usar el “pumping theorem”.