Nombre:..... L.U.:

Procesamiento Digital de Señales – Recuperatorio – 7 de diciembre de 2010

1. Un SLIT está descrito por la ecuación a diferencias $y[n] = 2x[n] - 3x[n-1] + (1/2)y[n-1]$.
 - (a) Determine la función de sistema $H(z)$, indicando los polos y los ceros del sistema.
 - (b) ¿El sistema es BIBO estable? Justifique.
 - (c) Grafique aproximadamente el módulo y la fase de la respuesta en frecuencia. ¿Qué tipo de filtro es?
 - (d) Calcule y grafique la respuesta impulsiva del sistema $h[n]$.
 - (e) El sistema ¿es de fase mínima, de fase no mínima o de fase lineal generalizada? Justifique.
 - (f) Si el sistema no es de fase mínima, descompóngalo como la cascada de un sistema $H_{\min}(z)$ de fase mínima y un sistema pasatodo $H_{\text{pt}}(z)$.
 - (g) Grafique aproximadamente el módulo y la fase de la respuesta en frecuencia de $H_{\min}(z)$ y de $H_{\text{pt}}(z)$.
 - (h) Calcule la salida de estado estacionario $y[n]$ ante una entrada $x[n] = 1 + 3 \cos(\pi n/4)$.
 - (i) ¿Cuántas muestras dura la respuesta transitoria? Justifique.

2. Dada la función de sistema

$$H(z) = \frac{\frac{3}{4}z^{-3} - \frac{1}{2}z^{-2} - 8z^{-1} + 6}{\frac{3}{4}z^{-2} - 2z^{-1} + 1} = \frac{\frac{3}{4}z^{-3} - \frac{1}{2}z^{-2} - 8z^{-1} + 6}{\left(1 - \frac{1}{2}z^{-1}\right)\left(1 - \frac{3}{2}z^{-1}\right)}$$

- (a) Especifique todas las posibles regiones de convergencia.
 - (b) Indique en cuáles el sistema es causal y/o estable. Justifique.
 - (c) Calcule todas las respuesta impulsivas $h[n]$ del sistema asociadas a cada región de convergencia.
 - (d) Escriba la ecuación a diferencias que corresponde al sistema estable.
3. La señal de tiempo continuo $x_c(t) = 2 \cos(2\pi 2000t) + 3 \cos(2\pi 3000t)$ se muestrea a $f_s = 8000$ Hz, obteniéndose la señal discreta $x_c[n] = x_c(n/f_s)$.
 - (a) Calcule el espectro $X_c(f)$ de $x_c(t)$.
 - (b) Grafique el módulo y la fase de $X_c(f)$.
 - (c) Calcule $X_c(e^{j\omega})$, el espectro de $x_c[n]$, indicando los valores de amplitud y frecuencias (entre $-\pi$ y π)
 - (d) Encuentre una señal $x_a(t)$ tal que sus muestras coincidan con las de $x_c(t)$, es decir, que

$$x_a[n] = x_a(t)|_{t=n/f_s} = x_c[n] = x_c(t)|_{t=n/f_s}$$

pero tal que no tenga componentes frecuenciales en la banda $|f| < f_s/2$. Esta señal ¿es única?

4. Dada la sucesión $x[n] = 2 \cos(3\pi n/8) + 2 \cos(3\pi n/2)$, $-\infty < n < \infty$,
 - (a) Calcule y grafique el espectro $X(e^{j\omega})$. Indique todos los puntos relevantes.
 - (b) La señal $x[n]$ se trunca con una ventana rectangular $w[n]$ de $N = 8$ puntos de longitud, obteniéndose la señal $v[n] = x[n] \times w[n]$.
 1. Determine $W(e^{j\omega})$, y grafique detalladamente su módulo y fase en función de ω .
 2. Aplicando propiedades, calcule $V(e^{j\omega})$ y grafique detalladamente su módulo y fase en función de ω .
 3. Calcule $V[k]$, la TDF de 8 puntos de $v[n]$, y grafique detalladamente su módulo y fase en función de ω .
 4. Comente sobre los espectros $X(e^{j\omega})$ de la señal original, y $V[k]$ de la señal truncada.

Serie de Fourier (SF)	Transformada de Fourier (TF)	Transformada de Fourier de señales discretas (TFTD)	Varios
$\tilde{x}(t) = \sum_k c_k e^{j\frac{2\pi}{T}kt}$	$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) e^{j2\pi ft} df$	$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega$	$\sum_{k=0}^{N-1} \rho^k = \frac{1-\rho^N}{1-\rho}$, $\sum_{k=0}^{\infty} \rho^k = \frac{1}{1-\rho}$
$c_k = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-j\frac{2\pi}{T}kt} dt$	$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt$	$X(e^{j\omega}) = \sum_n x[n] e^{-j\omega n}$	$\text{sinc}(x) = \frac{\text{sen}(\pi x)}{\pi x}$
			$\sum_{n=1}^{N-1} e^{j\omega n} = e^{-j\frac{N-1}{2}\omega} \frac{\text{sen}(N\omega/2)}{\text{sen}(\omega/2)}$

dominio frecuencial (Ω)	dominio temporal	dominio frecuencial (f)
$X(e^{j\omega}) = \frac{1}{T_s} \sum_k X_c \left[\frac{1}{T_s} (\omega - 2\pi k) \right]$	$x[n] = x_c(nT_s)$	$X(e^{j\omega}) = \frac{1}{T_s} \sum_k X_c \left[\frac{f_s}{2\pi} (\omega - 2\pi k) \right]$
$Y(e^{j\omega}) = H(e^{j\omega}) X(e^{j\omega})$	$y[n] = x[n] * h[n]$	$Y(e^{j\omega}) = H(e^{j\omega}) X(e^{j\omega})$
$Y_s(\Omega) = Y(e^{j\omega}) \Big _{\substack{\omega = \Omega \frac{2\pi}{\Omega_s} \\ = \Omega T_s}}$	$y_s(t) = \sum_n y[n] \delta(t - nT_s)$	$Y_s(f) = Y(e^{j\omega}) \Big _{\substack{\omega = f \frac{2\pi}{f_s} \\ = 2\pi f T_s}}$
$Y_r(f) = H_r(\Omega) Y_s(\Omega)$ $= T_s H(e^{j\omega}) X(e^{j\omega}) \Big _{\substack{\omega = \Omega \frac{2\pi}{\Omega_s} \\ = \Omega T_s}}$	$y_r(t) = \sum_n y[n] h_r(t - nT_s)$	$Y_r(f) = H_r(f) Y_s(f)$ $= T_s H(e^{j\omega}) X(e^{j\omega}) \Big _{\substack{\omega = f \frac{2\pi}{f_s} \\ = 2\pi f T_s}}$
$H_c(\Omega) = \begin{cases} H(e^{j\omega}) \Big _{\substack{\omega = \Omega \frac{2\pi}{\Omega_s} \\ = \Omega T_s}}, \\ \text{si } \Omega < \frac{\Omega_s}{2} = \frac{\pi}{T_s}, \\ 0, \text{ caso contrario.} \end{cases}$		$H_c(f) = \begin{cases} H(e^{j\omega}) \Big _{\substack{\omega = f \frac{2\pi}{f_s} \\ = 2\pi f T_s}}, \\ \text{si } f < \frac{f_s}{2} = \frac{1}{2T_s}, \\ 0, \text{ caso contrario.} \end{cases}$