

Segundo Parcial de Matemática IB - 10/6/2024

APELLIDO Y NOMBRE:

REGISTRO N°

1. (a) Resuelva y clasifique el sistema de ecuaciones
$$\begin{cases} -x + 3y + 4z = 1 \\ 3x + 2y - z = 8 \\ 2x - y - z = 3 \end{cases} .$$

En caso de que el sistema sea compatible indeterminado, dé la solución general y una solución particular.

- (b) Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} k & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} k & -2 \\ 1 & k-4 \end{pmatrix}$, halle los valores de $k \in \mathbb{R}$ de modo que la matriz $AB - C^t$ sea inversible.
2. (a) Dados el plano $\pi : 3x - 2y - z = 1$ y el punto $P(1, -1, 3)$,
- halle la distancia del plano π al punto P ;
 - halle la ecuación del plano paralelo a π que pasa por P .
- (b) Dados los vectores $\vec{u}(1, -2, 2)$ y $\vec{v}(-1, 3, -5)$.
- halle un vector paralelo a \vec{u} de modulo 5.
 - halle un vector perpendicular simultáneamente a \vec{u} y \vec{v} .
3. Una empresa fabrica dos tipos de artefactos, manuales y eléctricos. Cada uno de ellos requiere para su fabricación el uso de tres máquinas A, B y C.
Un artefacto manual necesita del empleo de la máquina A durante 2 horas, de la máquina B durante 1 hora y de la C durante 1 hora. Un artefacto eléctrico requiere de 1 hora en A, 2 horas en B y de 1 hora en C.
El número máximo de horas disponibles por mes para el uso de las tres máquinas es 180, 160 y 100 respectivamente. La utilidad que se obtiene con los artefactos manuales es 4 \$USD y de 6 \$USD para los eléctricos.
Si la empresa vende todos los artefactos que fabrica, ¿cuántos de ellos de cada tipo debe fabricar si se quiere maximizar la utilidad mensual?; ¿cuál es la utilidad mensual máxima?; ¿es factible fabricar 60 artefactos manuales y 40 eléctricos?.
4. Determine si las siguientes series son convergentes o divergentes, justifique la respuesta. En caso de que sea posible, calcule su suma.

i) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n}{3n+1}$

ii) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(2 \left(\frac{1}{3} \right)^n + 2^n \right)$

iii) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n + 4}{3^n}$