# MÉTODOS DE COMPUTACIÓN CIENTÍFICA
SEGUNDO CUATRIMESTRE DE 2015

## Primer Parcial

Apellido y Nombre:
DNI: LU:
Cantidad de hojas entregadas (sin enunciado):

REALICE CADA EJERCICIO EN HOJA SEPARADA

### EJERCICIO 1. ERRORES

1) Resuelva los siguientes incisos:
   a) ¿Cuál es la cota para el error absoluto en $x_3=x_1+x_2$ y $x_4=x_1-x_2$, considerando que $x_1=\widetilde{x_1}\pm e_1$ y $x_2=\widetilde{x_2}\pm e_2$?
   b) Calcule el intervalo en el que se encuentran $x_3$ y $x_4$ si $x_1=2.001\pm0.005$ y $x_2=1.001\pm0.005$. Compare el error en $x_3$ y $x_4$ respecto del error en $x_1$ y $x_2$ en cuanto al número de decimales correctos (justifique).
2) Enuncie la fórmula general de propagación de errores para $n$ variables. Utilice dicha fórmula para calcular una cota para el error absoluto de las siguientes expresiones:
   a) $f(x)=\ln(2-\sqrt{x^2+1})$
   b) $f(x,y)=\dfrac{y}{sen(x)}$
   c) Determine los valores de $x$ para los cuáles la expresión dada en 2.a) puede presentar problemas de condicionamiento. Calcule el número de condición para un entorno de $x$ que presente problemas y explique una posible solución para el dicho problema.

### EJERCICIO 2. ALGEBRA MATRICIAL + NORMA

1) Dadas las matrices:

$$A=\begin{bmatrix}2.5 & 1\\ 1 & 3\end{bmatrix} \quad y \quad B=\begin{bmatrix}4 & 2\\ 1 & 6\end{bmatrix}$$

   Lleve a cabo los siguientes incisos:
   a) $M=A*B$ (mostrando todos los cálculos intermedios)
   b) Defina y determine el valor de: $\|M\|_1$, $\|M\|_F$ y $\|M\|_\infty$
   c) Sabiendo que $K_\infty(M)=5{,}8531$ calcule $\|M^{-1}\|_\infty$
2) Determine si las siguientes afirmaciones son verdaderas. En caso de que sean verdaderas demuéstrelo y en caso de que sean falsas puede usar un contraejemplo:
   a) La función $f(\overline{x})=\sum_{i=1}^{n} x_i^2$ definida sobre $\overline{x}\in\Re^n$ define una norma de vectores.
   b) Si una matriz $M$ es simétrica y definida positiva todos sus autovalores son positivos.

### EJERCICIO 3. MÉTODOS DIRECTOS

1) Dados la matriz A y el vector b:

$$A=\begin{bmatrix}1 & -1 & 2\\ -1 & 10 & -5\\ 2 & -5 & 9\end{bmatrix} \qquad b=\begin{bmatrix}-1\\ 7\\ 4\end{bmatrix}$$

   a) Encuentre la factorización de Cholesky para A.
   b) Utilice las matrices obtenidas en a) para resolver el sistema $Ax=b$.
2) Determine si existe factorización de Cholesky para la matriz B. ***Justifique su respuesta.***

$$B=\begin{bmatrix}-1 & -1 & 2\\ -1 & 5 & -5\\ 2 & -5 & 9\end{bmatrix}$$

## EJERCICIO 4. REFINAMIENTO ITERATIVO

1) Dado el sistema: $A\overline{x}=\overline{b}$

$$A=\begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 8 \\ 7 \end{bmatrix}$$

a) Resuelva el sistema en forma exacta.

b) Realice 4 iteraciones del método de Gauss-Seidel partiendo de $\overline{x}^{(0)}=\overline{0}$.

2) Resuelva los siguientes incisos:

a) Calcule el residuo obtenido en la 4ta iteración, $\overline{r}^{(4)}$ y su norma infinito. Luego calcule el error absoluto de $\overline{x}^{(4)}$ respecto de la solución exacta usando norma infinito. Finalmente, verifique que el error relativo de $\overline{x}^{(4)}$ es menor que el error relativo de $\overline{r}^{(4)}$ multiplicado por el número de condición de A.

b) Especifique cuál es la matriz de iteración de Gauss-Seidel para este sistema. No es necesario que la calcule, puede dejarla planteada.

c) Demuestre que el método de Gauss-Seidel converge para este sistema mediante alguna condición de convergencia que conozca.