

Primer Parcial 2016

- 1) Demostrar formalmente que $L = \{ w x w x \mid \text{long}(w) = \text{long}(x), w \in \{a,b\}^*, x \in \{c,d\}^* \}$ no es libre de contexto utilizando el "pumping theorem".
- 2) Sea $\text{SubCadena}(n,w)$, con $w \in \{a,b\}^*$, retorna 1 cuando haya por lo menos una subcadena de "a" consecutivos de longitud n, y retorna en caso contrario. Por ejemplo en $\text{SubCadena}(3,w)$. Si $w = \text{abb}aaaabaaab$ retorna 1 y si $w = \text{abaabbaabba}$ retorna 0.
- a) Proponer una estrategia en forma de algoritmo para computar mediante una máquina de Turing, la función $\text{SubCadena}(n,w)$ para una cadena $w \in \{a,b\}^*$ y un número $n > 0$ en notación unaria.
- b) Especifique una máquina de Turing que complete la operación $\text{SubCadena}(n,w)$ siguiendo la estrategia planteada. Brinde la definición formal de la máquina de Turing obtenida. Para definir la función ∂ , puede brindar solamente la representación gráfica.
- Nota:** Asuma que en la cinta se encuentra el número n en notación unaria seguido de la cadena w, separados entre si por el símbolo "\$". Un símbolo "#" aparece tanto a la izquierda como a la derecha de w. Puede asumir que el resto de la cinta contiene símbolos "*". Considere que la máquina comienza con la cabeza sobre el símbolo "#" a la izquierda de n. Al finalizar la ejecución de la máquina, la cinta sólo podrá tener dos apariciones del símbolo "#" que delimitan el resultado de la función. Por ejemplo: En $\text{SubCadena}(3,w)$. Si $w = \text{abb}aaaabaaab$, en la cinta estaría $..**\#1111\$abbaaaabaaab\#**..$ y el resultado sería $..**\#1\#**..$, y si $w = \text{abaabbaabba}$, en la cinta estaría $..**\#1111\$abaabbaabba\#**..$ y el resultado sería $..**\#0\#**..$. No se aceptará ninguna otra convención sobre el formato inicial y final de la cinta.
- 3) Dado el lenguaje $L = \{ a^p b^{2n} c^n b^q \mid p \neq q, p, q \geq 0 \}$, obtenga un autómata a pila para reconocerlo. Deberá brindar tanto el grafo como su definición formal, sin definir la función ∂ .
- 4) Dado el lenguaje $L = \{ w 1^n x \mid w \in \{a,b\}^*, x \in \{c,d\}^*, n \geq 0 \text{ con } \text{long}(w) = \text{long}(x) = n \}$
- a) Obtenga una gramática que genere L. Especifique brevemente el propósito de cada una de las reglas de producción de la gramática obtenida.
- b) ¿De qué tipo es la gramática obtenida? Justifique.
- c) Muestre una derivación para la cadena "abb111cdc". Indique claramente qué regla de la gramática obtenida utiliza en cada paso de la derivación.
- 5) Se ha demostrado que:

$$L1 = \{ a^n b^n c^p \mid p > n \geq 0 \} \text{ es LC}$$

$L_2 = \{ a^n b^n c^n \mid n \geq 0 \}$ **no es LC**

Utilizando las propiedades de clausura, **demuestre** si los siguientes lenguajes son libres de contexto:

A) $L_a = \{ a^r c^q \mid q > r \geq 0 \}$

B) $L_b = \{ a^n b^n c^p d^q \mid n = p + q \geq 0 \}$

C) $L_c = \{ a^r b^r c^q b^q \mid r, q \geq 0 \}$