ELEMENTOS DE ÁLGEBRA Y DE GEOMETRÍA - P 05-T1 - (05 - 03 - 2018)

APELLIDO Y NOMBRE:	NOTA:
E-MAIL:	REG. Nº:

1. (a) Dados los puntos $P_0 = (0, 8, 1)$ y $P_1 = (-1, 8, 3)$, hallar la ecuación de la recta L_1 que determinan en todas las formas posibles.
   Analizar la posición relativa de L_1 con $L_2 : \dfrac{x}{4} = \dfrac{y+4}{6} = \dfrac{z-1}{-2}$.
   (b) Dado $\pi : x + 2y + cz + d = 0$, determinar los valores de c y d para los cuales $L_2 \subseteq \pi$.
   (c) Hallar la distancia del punto $(-2, -1, 3)$ al plano π, justificando la fórmula aplicada en forma vectorial.

2. Dados los planos $\pi_1 : x + y - 2z = 4$ y $\pi_2 : 2x - y - z = 3$:
   (a) Hallar la ecuación de L_3 que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular a π_2.
   (b) Hallar $Q = \pi_1 \cap L_3$. Determinar la distancia entre π_1 y L_3.

3. (a) Decidir la veracidad de las siguientes afirmaciones, justificando la respuesta:
   i. $\left\{ \begin{pmatrix} a & a \\ b-2 & b \end{pmatrix} \in M_{2\times 2}(\mathbb{R}) \right\} \trianglelefteq M_{2\times 2}(\mathbb{R})$
   ii. $\left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \dfrac{x}{2} = y = -z \right\} \trianglelefteq \mathbb{R}^3$
   (b) Hallar los valores de k para los que el siguiente conjunto es LI en $\mathbb{P}_2(\mathbb{R})$:
   $$\{x^2 + 2x + 3,\ 2x^2 + 5x + 7,\ -2x^2 - 4x - k\}$$

4. (a) Sea la base $\mathcal{B}$ de $\mathbb{R}^4$: $\mathcal{B} = \{\breve{e}_3,\ \breve{e}_2,\ \breve{e}_4,\ \breve{e}_1\}$ dar las matrices de cambio de base $[\mathcal{B}]_{\mathcal{C}}$ y $[\mathcal{C}]_{\mathcal{B}}$.
   (b) En $\mathbb{R}^2$ asociamos el sistema $0XY$ a la base $\mathcal{C}_2$, $0X'Y'$ a la base $\mathcal{B}$, determinada por la rotación en un ángulo de $\pi/4$ en sentido positivo y $0'X''Y''$, trasladando el origen a $\langle \sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2 \rangle$. Verificar que el eje de abscisas en el sistema $0'X''Y''$ tiene ecuación $y = x + 2$ en la base $\mathcal{C}_2$. Graficar.

® (a) Dadas dos bases $\mathcal{B}_1 = \{v_1, v_2, v_3\}$ y $\mathcal{B}_2 = \{b_1, b_2, b_3\}$, sabiendo que:
   $v_1 = 2b_1 + b_2 - b_3$, $v_2 = b_1 - b_2 + 3b_3$, $v_3 = 2b_1 + b_2 - b_3$, hallar las matrices de cambio de base $[\mathcal{B}_1]_{\mathcal{B}_2}$ y $[\mathcal{B}_2]_{\mathcal{B}_1}$. Si conocemos las coordenadas de un punto en la base $\mathcal{B}_1$, ¿es posible calcular sus coordenadas en la base canónica?
   (b) Demostrar que la intersección de $\mathbb{R}$-subespacios vectoriales es un $\mathbb{R}$-subespacio vectorial, pero la unión no.

Nro. de hojas entregadas (sin enunciado): **Firmar la última hoja.**

ELEMENTOS DE ÁLGEBRA Y DE GEOMETRÍA - P 05-T2 - (02 - 03 - 2018)

APELLIDO Y NOMBRE:	NOTA:
E-MAIL:	REG. N$^{\text{o}}$:

1. (a) Sea $L_1 : \dfrac{x}{-4} = \dfrac{y+4}{-6} = \dfrac{z-1}{2}$ y los puntos $P_0 = (2,8,-3)$ y $P_1 = (0,8,1)$. hallar la ecuación de la recta L_2 que determinan en todas las formas posibles.
   Analizar la posición relativa de L_1 con L_2.

   (b) Dado $\pi : x + 2y + cz + d = 0$, determinar los valores de c y d para los cuales $L_1 \subseteq \pi$.

   (c) Hallar la distancia del punto $(2,1,-3)$ al plano π, justificando la fórmula aplicada en forma vectorial.

2. Dados los planos $\pi_1 : 2x - y - z = 3$ y $\pi_2 : x + y - 2z = 4$:

   (a) Hallar la ecuación de L_3 que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular a π_1.

   (b) Hallar $Q = \pi_2 \cap L_3$. Determinar la distancia entre π_2 y L_3.

3. (a) Decidir la veracidad de las siguientes afirmaciones, justificando la respuesta:

   i. $\left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \dfrac{x}{2} = y = -z\right\} \trianglelefteq \mathbb{R}^3$

   ii. $\left\{\begin{pmatrix} a+1 & a \\ -b & b \end{pmatrix} \in M_{2\times 2}(\mathbb{R})\right\} \trianglelefteq M_{2\times 2}(\mathbb{R})$

   (b) Hallar los valores de k para los que el siguiente conjunto es LI en $\mathbb{P}_2(\mathbb{R})$:

$$\{2x^2 + 5x + 7,\ -2x^2 - 4x - k,\ x^2 + 2x + 3\}$$

4. (a) Sea la base $\mathcal{B}$ de $\mathbb{R}^4$: $\mathcal{B} = \{\breve{e}_4, \breve{e}_1, \breve{e}_3, \breve{e}_2\}$ dar las matrices de cambio de base $[\mathcal{B}]_{\mathcal{C}}$ y $[\mathcal{C}]_{\mathcal{B}}$.

   (b) En $\mathbb{R}^2$ asociamos el sistema $0XY$ a la base $\mathcal{C}_2$, $0X'Y'$ a la base $\mathcal{B}$, determinada por la rotación en un ángulo de $\pi/4$ en sentido positivo y $0'X''Y''$, trasladando el origen a $\langle -\sqrt{2}/2, -\sqrt{2}/2\rangle$. Verificar que el eje de abscisas en el sistema $0'X''Y''$ tiene ecuación $y = x - 2$ en la base $\mathcal{C}_2$. Graficar.

Ⓡ (a) Dadas dos bases $\mathcal{B}_1 = \{v_1, v_2, v_3\}$ y $\mathcal{B}_2 = \{b_1, b_2, b_3\}$, sabiendo que:
$v_1 = 2b_1 + b_2 - b_3$, $v_2 = b_1 - b_2 + 3b_3$, $v_3 = 2b_1 + b_2 - b_3$, hallar las matrices de cambio de base $[\mathcal{B}_1]_{\mathcal{B}_2}$ y $[\mathcal{B}_2]_{\mathcal{B}_1}$. Si conocemos las coordenadas de un punto en la base $\mathcal{B}_1$, ¿es posible calcular sus coordenadas en la base canónica?

   (b) Demostrar que la intersección de $\mathbb{R}$-subespacios vectoriales es un $\mathbb{R}$-subespacio vectorial, pero la unión no.

Nro. de hojas entregadas (sin enunciado): **Firmar la última hoja.**