Started on	viernes, 27 septiembre 2024, 12:05
State	Finished
Completed on	viernes, 27 septiembre 2024, 3:24
Time taken	
Marks	
Grade	

Question **1**

Correct

Considere el conjunto de números en punto flotante con 33 elementos

$$\mathbb{F} = \{0,\ \pm 0.25,\ \pm 0.3125,\ \pm 0.3750,\ \pm 0.4375,\ \pm 0.5,\ \pm 0.625,\ \pm 0.75,\ \pm 0.875,\ \pm 1,\ \pm 1.25,\ \pm 1.50,\ \pm 1.75,\ \pm 2,\ \pm 2.5,\ \pm 3,\ \pm 3.5\}.$$

Indique el resultado de cada operación si se utiliza redondeo por truncamiento.

$$fl\left(fl\left(\frac{5}{2}\right)*fl\left(\frac{8}{3}\right)\right)$$

$$fl\left(fl\left(\frac{1}{4}\right)-fl\left(\frac{-5}{2}\right)\right)$$

$$fl\left(fl\left(\frac{1}{4}\right)-fl\left(\frac{5}{2}\right)\right)$$

$$fl\left(fl\left(\frac{1}{3}\right)-fl\left(\frac{1}{4}\right)\right)$$

Respuesta correcta

The correct answer is: $fl\left(fl\left(\frac{5}{2}\right)*fl\left(\frac{8}{3}\right)\right)$ → overflow, $fl\left(fl\left(\frac{1}{4}\right)-fl\left(\frac{-5}{2}\right)\right)$ → 2.5, $fl\left(fl\left(\frac{1}{4}\right)-fl\left(\frac{5}{2}\right)\right)$ → -2, $fl\left(fl\left(\frac{1}{3}\right)-fl\left(\frac{1}{4}\right)\right)$ → underflow

Question **2**

Complete

a) Use Octave para hallar valores de x para los cuales la expresión $\sqrt{x^2+4}-2$ presenta cancelación numérica castastrófica.

b) Obtenga una expresión equivalente que elimine este problema y evalúela en algún valor problemático para la expresión anterior donde ahora se salve la cancelación.

c) ¿A qué se debe que estas expresiones equivalentes den distintos resultados al evaluarse en el mismo número en Octave?

Question **3**

Correct

Considere evaluar $f(x) = x^4 - 7x^3 + 9x^2 + 27x - 50$ con la regla de Horner.

Si se trabaja con una computadora que hace truncamiento a 4 cifras decimales significativas, entonces el valor de $f(1{,}77)$ es ...

Answer:

The correct answer is: -3.03

Question **4**

Complete

La serie $\sum \frac{1}{n^3}$ es una serie convergente.

a) Escribir un programa en Octave que aproxime la suma de la serie e indique cuántas iteraciones realiza (muestre el código del programa y los resultados)

b) La serie converge cuando n tiende a infinito ¿a qué se debe el número de iteraciones obtenido en el inciso a)?

Question **5**

Correct

Sean una matriz $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ y un vector $x \in \mathbb{R}^{n}$. Para cada uno de los siguientes enunciados, indique si es verdadero o falso.

$\|x\|_{\infty} \leq \|x\|_{1}$.

Si A es una matriz simétrica, entonces $\|A\|_{\infty} < \|A\|_{1}$.

Si A es una matriz singular, entonces la norma dos de A es cero.

La norma Frobenius de una matriz A es inducida por la norma euclídea de vectores en $\mathbb{R}^{n}$.

Respuesta correcta

The correct answer is:
$\|x\|_{\infty} \leq \|x\|_{1}$. → Verdadero,
Si A es una matriz simétrica, entonces $\|A\|_{\infty} < \|A\|_{1}$. → Falso,
Si A es una matriz singular, entonces la norma dos de A es cero. → Falso,
La norma Frobenius de una matriz A es inducida por la norma euclídea de vectores en $\mathbb{R}^{n}$. → Falso

Question **6**

Partially correct

Suponga que dispone de una computadora con error de redondeo unitario $u = \frac{1}{2}10^{-16}$ y sea $a = 10^{50}$. Indique si las proposiciones son verdaderas o falsas.

$A = \begin{pmatrix} a & 0 \\ a & a \end{pmatrix}$ es numéricamente singular.

$fl(a + \frac{1}{a}) = fl(10^{50})$.

$A = \begin{pmatrix} a & 0 \\ a & a \end{pmatrix}$ está bien condicionada.

$fl(a+1) = fl(10^{50})$.

Si $A = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}$ entonces $\kappa_2(A) = 1$.

The correct answer is: $A = \begin{pmatrix} a & 0 \\ a & a \end{pmatrix}$ es numéricamente singular. → Falso, $fl(a + \frac{1}{a}) = fl(10^{50})$. → Verdadero, $A = \begin{pmatrix} a & 0 \\ a & a \end{pmatrix}$ está bien condicionada. → Verdadero, $fl(a+1) = fl(10^{50})$. → Verdadero, Si $A = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}$ entonces $\kappa_2(A) = 1$. → Verdadero

Comment:

Question **7**

Partially correct

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 5-\alpha & 4 & 0 \\ 4 & \alpha+5 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$

a) Todos los valores de α para los que se puede asegurar que la matriz A admite una factorización LU de Doolittle son

b) Todos los valores de α para los que se puede asegurar que la matriz A admite una **única** factorización LU de Doolittle son

c) Todos los valores de α para que la matriz A tenga norma infinito mayor a 10 están en el intervalo

d) Todos los valores de α para que la matriz A sea no singular son

Respuesta parcialmente correcta.

You have correctly selected 3.

The correct answer is:

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 5-\alpha & 4 & 0 \\ 4 & \alpha+5 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$

a) Todos los valores de α para los que se puede asegurar que la matriz A admite una factorización LU de Doolittle son [todos los reales excepto 5].

b) Todos los valores de α para los que se puede asegurar que la matriz A admite una **única** factorización LU de Doolittle son [todos los reales excepto 5, 3 y -3].

c) Todos los valores de α para que la matriz A tenga norma infinito mayor a 10 están en el intervalo [(-∞, -1) U (1, ∞)].

d) Todos los valores de α para que la matriz A sea no singular son [todos los reales excepto 3 y -3].

Question **8**

Correct

Considere resolver el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} 10^{-3}x_1 + 2x_2 = 8 \\ \quad\quad\; x_1 + \;\; x_2 = 2 \end{cases}$$

en una máquina con aritmética de punto flotante a **tres dígitos** decimales **significativos** y sistema de **redondeo**.

a) Usando **EG sin pivoteo,** el resultado obtenido es $x = ($, $)$. Con esta solución y con la misma aritmética, la norma 2 del residuo $b - Ax$ es

b) Usando **EG con pivoteo parcial,** el resultado obtenido es $x = ($, $)$. Con esta solución y con la misma aritmética, la norma 2 del residuo $b - Ax$ es

Question **9**

Complete

¿A qué se debe la diferencia entre las soluciones del ejercicio anterior? Justifique.

Question **10**

Complete

Sean la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -8 & 10 \\ -1 & 4 & 5 \\ 5 & 0 & -10 \end{pmatrix}$ y el vector $b = (26, -14, 10)$

a) Realice los cálculos de la **eliminación de Gauss con pivoteo parcial** para hallar la factorización $PA = LU$, donde P es una matriz de permutación, y $PA = LU$ es una factorización LU de Doolittle de la matriz PA, indicando cada paso.

b) Utilizando Octave, verifique que los resultados obtenidos previamente coinciden con los dados por el programa.

c) Con las matrices obtenidas en **a)**, resuelva el sistema $Ax = b$ en dos pasos, reduciéndolo a dos sistemas triangulares. Indique cada cálculo en la resolución de estos sistemas.

d) Utilizando comandos de Octave, halle la solución del sistema $Ax = b$.