

NOMBRE Y APELLIDO:.....

REGISTRO:.....

1. (a) Analizar la convergencia de las siguientes series, indicando si es absoluta o condicional.

$$(i) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(1+i)^n}{2^{2n}} \qquad (ii) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{ne^{in}}{n+1}.$$

- (b) Hallar la región de convergencia de las siguientes series. Donde las series converjan, determinar si la convergencia es absoluta o condicional.

$$(i) \sum_{n=0}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{z}\right)^n \qquad (ii) \sum_{n=0}^{\infty} e^{n(z+1)}.$$

2. Sea $f(z) = \frac{1}{(z-2)^2} + e^z$.

- (a) Hallar el desarrollo de Taylor de $f(z)$ centrado en $z_0 = 1$. ¿Cuál es el radio de convergencia de este desarrollo?. Justificar la respuesta.
 (b) Calcular los coeficientes a_0 y a_5 del desarrollo obtenido en (a).

3. (a) Sea $f(z) = e^{\left(\frac{1}{z-1}\right)} + e^{-z} + \frac{1}{z}$.

Indicar, sin realizar un cálculo explícito, cuantos desarrollos (Taylor/Laurent) centrados en $z_0 = 0$ posee $f(z)$. Especificar la región de validez de cada desarrollo.

(b) Sea $g(z) = \frac{1}{(z-1)(z-2)}$.

- (i) Hallar el desarrollo para $g(z)$, centrado en $z_0 = 2$, que resulte convergente en $z = 1/2$. ¿Se trata de un desarrollo de Taylor o de un desarrollo de Laurent? Indicar la región de validez de tal desarrollo.
 (ii) ¿Permite el desarrollo hallado en (i) clasificar el punto singular $z_0 = 2$? En caso afirmativo clasifíquelo.

4. (a) Determinar y clasificar todas las singularidades de las siguientes funciones. Si la singularidad es evitable, redefinir la función en ese punto para que sea holomorfa.

$$(i) f(z) = \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{1}{z}\right) - \frac{1}{z}}{z^2} \qquad (ii) g(z) = \frac{(z-2\pi)^2}{\cos(z) - 1}.$$

- (b) Evaluar las siguientes integrales.

$$(i) \int_{|z-\frac{\pi}{2}|=\pi} \frac{z}{\operatorname{sen}(z)} dz \qquad (ii) \int_{|z|=1} z \cos\left(\frac{1}{z}\right) dz.$$

Importante

Resolver cada uno de los cuatro (4) ejercicios en hojas distintas. Numerar las hojas usadas en cada ejercicio y escribir **nombre y apellido**. Indicar en el siguiente cuadro la cantidad de hojas usada en cada ejercicio. *Gracias*.

1	2	3	4