

NOMBRE Y APELLIDO:.....

REGISTRO:.....

1. (a) Estudiar la convergencia de las siguientes integrales impropias:

(i)  $\int_0^1 \frac{\cos(1/x)}{x^2} dx$

(ii)  $\int_0^1 \frac{e^{-x}}{\sqrt{x+x^2}} dx$

(iii)  $\int_0^{+\infty} \frac{e^{(\sqrt{x}+1)}}{\sqrt{x}} dx$

- (b) Evaluar la siguiente integral impropia relacionándola, si fuese necesario, con la función
- $\Gamma$
- y/o
- $\beta$
- .

$$\int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{2(x+1)(1-x)}}$$

2. (a) Calcular las transformadas de Laplace de las siguientes funciones.

(i)  $F(t) = \begin{cases} e^{-t} & \text{si } 0 \leq t < 1 \\ 4t + 4 & \text{si } 1 \leq t < 2 \\ t^2 & \text{si } 2 \leq t \end{cases}$

(ii)  $\int_0^t e^{-3u} \operatorname{sen}(2u) du$

- (b) Calcular el valor exacto de la siguiente integral impropia.

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^{-t} - e^{-2t}}{t} dt$$

3. (a) Decidir, justificando la respuesta,
- si pueden (o no pueden)**
- calcularse las siguientes antitransformadas. Cuando su respuesta sea afirmativa calcúlelas.

(i)  $\mathcal{L}^{-1} \left\{ \ln \left( 1 + \frac{2}{s} \right) \right\} (t)$

(ii)  $\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{s^2 - 2s + 1}{(s-1)(s+1)} \right\} (t)$

- (b) Suponiendo que
- $\mathcal{L}^{-1}\{g(s)\}(t) = \frac{\cosh(t) - 1}{t}$
- , hallar

(i)  $\mathcal{L}^{-1}\{g(2s)\}(t)$

(ii)  $\mathcal{L}^{-1}\{g(s-3)\}(t)$

4. Resolver la siguiente ecuación integro-diferencial:

$$Y''(t) + \int_0^t Y'(t-u)e^{2u} du = e^{2t}, \text{ con } Y(0) = 0 \text{ y } Y'(0) = 1.$$

**Importante**

Resolver cada uno de los cuatro (4) ejercicios en hojas distintas. Numerar las hojas usadas en cada ejercicio y escribir nombre y apellido. Indicar en el siguiente cuadro la cantidad de hojas usada en cada ejercicio. *Gracias.*

1	2	3	4