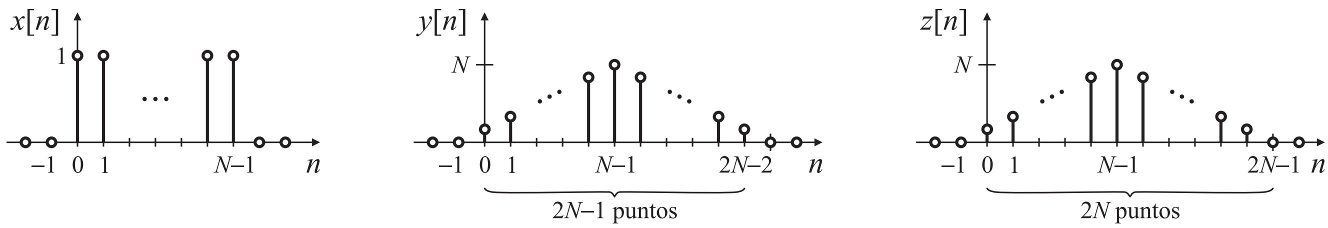
Nombre: ....L.U.: ....

Procesamiento Digital de Señales - Segundo Parcial - 30 de mayo de 2011

1. (*a*) Calcule la transformada de Fourier de tiempo discreto (TFTD) $X(e^{j\omega})$ de la señal $x[n] = \delta[n] + \delta[n-4]$, y exprésela de la manera más sencilla posible.
   (*b*) Grafique detalladamente el módulo y la fase del espectro de $x[n]$, indicando todos los puntos relevantes.
   (*c*) Calcule los coeficientes de la serie discreta de Fourier (SDF) $\widetilde{X}[k]$ de la señal periódica $\widetilde{x}[n]$ que se obtiene al replicar $x[n]$ del inciso (*a*) cada $N = 8$ muestras. Grafique detalladamente el módulo y la fase de $\widetilde{X}[k]$.
   (*d*) Calcule la transformada discreta de Fourier (TDF) $X[k]$ de orden $N = 8$ de $\widetilde{x}[n]$. Grafique detalladamente el módulo y la fase de $X[k]$.
   (*e*) Explique las diferencias entre la SDF $\widetilde{X}[k]$ del inciso (*c*) con la TDF $X[k]$ del inciso (*d*).

2. Dada la señal $x[n] = u[n] - u[n-N]$, que se muestra en la Fig. (*a*),
   (*a*) Calcule $X_N[k]$, la transformada de Fourier (TDF) de N puntos de $x[n]$.
   (*b*) Grafique detalladamente el módulo y la fase de $X_N[k]$.
   (*c*) Establezca la relación entre la sucesión $y[n]$ de $2N-1$ puntos de longitud que se muestra en la Fig. (*b*) y $x[n]$ de la Fig. (*a*), y calcule $Y_{2N-1}[k]$ (la TDF de orden $2N-1$ de $y[n]$) a partir de $x[n]$ aplicando propiedades.
   (*d*) Grafique detalladamente el módulo y la fase de $Y_{2N-1}[k]$.
   (*e*) ¿Es posible calcular $Y_{2N-1}[k]$ a partir de $X_N[k]$? Justifique.
   (*f*) La sucesión $z[n]$ se construye agregándole un cero al final de $y[n]$, como se muestra en la Fig. (*c*), y por lo tanto tiene longitud $2N$. ¿Puede relacionar $Z_{2N}[k]$ (la TDF de orden $2N$ de $z[n]$) con $Y_{2N-1}[k]$? Justifique.
   (*g*) ¿Puede relacionar $Z_{2N}[k]$ con $X_N[k]$? Justifique.



(*a*) (*b*) (*c*)

3. Si $X[k]$ es la transformada de Fourier de N puntos de la señal $x[n] = n$, $0 \le n \le N-1$, calcule:
   (*a*) la sucesión $p[n]$ cuya TDF es $\mathrm{Re}\{X[k]\}$;
   (*b*) la sucesión $q[n]$ cuya TDF es $\mathrm{Im}\{X[k]\}$;
   (*c*) la sucesión $r[n]$ cuya TDF es $X^*[k]$;

4. Para el SLIT caracterizado por la ecuación a diferencias $y[n] = (1/2)y[n-1] + x[n] + (1/2)x[n-1] - (1/2)x[n-2]$, con $y[-1] = 0$,
   (*a*) Calcule la expresión de la respuesta en frecuencia $H(e^{j\omega})$ a partir de la ecuación a diferencias aplicando propiedades.
   (*b*) Calcule la respuesta impulsiva (por recursión).
   (*c*) El sistema, ¿es IIR o FIR? Justifique.
   (*d*) Calcule la expresión de la respuesta en frecuencia $H(e^{j\omega})$ usando los resultados del inciso (*b*). Justifique.
   (*e*) Calcule la salida de estado estacionario $y_{ee}[n]$ del sistema cuando la entrada es $x[n] = 1 + 2\cos(\pi n/3) + 3\cos(\pi n/2)$.
   (*f*) Determine la respuesta transitoria.

Serie de Fourier (SF)	Transformada de Fourier (TF)	Transf. de Fourier de señales discretas (TFTD)	Transf. Discreta de Fourier (TDF)
$\tilde{x}(t) = \sum_k c_k e^{j\frac{2\pi}{T}kt}$	$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) e^{j2\pi ft} df$	$x[n] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega$	$x[n] = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$
$c_k = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-j\frac{2\pi}{T}kt} dt$	$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt$	$X(e^{j\omega}) = \sum_n x[n] e^{-j\omega n}$	$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$
Varios	$\sum_{k=0}^{N-1} \rho^k = \frac{1-\rho^N}{1-\rho}$, $\sum_{k=0}^{\infty} \rho^k = \frac{1}{1-\rho}$	$\mathrm{sinc}(x) = \frac{\mathrm{sen}(\pi x)}{\pi x}$	