

TERCER PARCIAL DE ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA (13 - 06 - 2024)

APELLIDO Y NOMBRE:	TEMA 1
CARRERA	NOTA: <u>A</u>

1. Sea $T = \{(1, 2, 0, 3), (0, 1, 2, 1), (-1, 0, 4, -1)\}$ y $S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : x + z - 2t = 0, y = t\}$ subespacios de \mathbb{R}^4 .

- i) Caracterizar a T por medio de ecuaciones e indicar una base de T .
- ii) Hallar una base y la dimensión de $S \cap T$.
- iii) ¿ $(0, \frac{1}{2}, 1, -\frac{1}{2}) \in S \cap T$? Justificar.

2. Sean (O, XY) el sistema de coordenadas asociado a la base canónica y $(O, X'Y')$ el sistema asociado a la base $B = \{(-1, -1), (0, 2)\}$. Determinar si las rectas $L_1 : 4x - y + 11 = 0$ y $L_2 : \begin{cases} x' = -1 - 8\lambda \\ y' = -5\lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R}$, dadas en el sistema (O, XY) y $(O, X'Y')$, respectivamente, son perpendiculares.

3. Sea (O, XYZ) y $(O', X''Y''Z'')$ los sistemas de coordenadas asociados a la base canónica y a la base $B = \{(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0), (0, 0, 1), (-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0)\}$, respectivamente, con $O'(0, 1, -1)$.

- a) Dada la recta $L : \begin{cases} x'' = \sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\beta \\ y'' = 1 - \frac{3}{2}\beta \\ z'' = -\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\beta \end{cases}, \beta \in \mathbb{R}$ en el sistema $(O', X''Y''Z'')$, indicar si es perpendicular al plano $\pi_1 : -2x + 3z + 2 = 0$, dado en el sistema (O, XYZ) .
- b) Dado el plano $\pi_2 : \sqrt{2}x'' - y'' - \sqrt{2}z'' = 0$ en el sistema $(O', X''Y''Z'')$, hallar su ecuación en el sistema (O, XYZ) .

- 4. a) Indicar si la aplicación $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definida por $T(x, y) = (x^2, y)$ es una transformación lineal. Justificar.
- b) Sabiendo que $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ es una transformación lineal tal que $T(1, 0, 3) = (1, a + 1, 3)$ y $T(2, 1, 0) = (4, 1, 0)$, hallar $a \in \mathbb{R}$ para que se verifique que $T(2(1, 0, 3) + a(2, 1, 0)) = (-4, -\frac{5}{2}, 6)$.
- c) ¿Existe una transformación lineal $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que $T(1, -1) = (1, 1, 0)$, $T(1, 2) = (1, 0, 1)$ y $T(3, 0) = (-3, 2, 1)$? En caso afirmativo hallarla, de lo contrario justificar.

Cantidad de hojas por ejercicio:

1)	2)	3)	4)
1	1	1	1

Firmar **SOLO** la última hoja