

SEGUNDO PARCIAL DE ELEM. DE ÁLG. Y DE GEOM. (27/5/2021)

1. a) Probar, usando el principio de inducción, que

$$P(n) : \frac{4}{3} \left[ 1 + \frac{7}{3} + \cdots + \left( \frac{7}{3} \right)^{n-1} \right] = \left( \frac{7}{3} \right)^n - 1$$

es verdadera para todo  $n \in \mathbb{N}$ .

- b) Escribir  $P(3)$ .

2. Escribir  $(1566, 384)$  como combinación lineal de esos dos números, detallando los cálculos.
3. Sean  $a$  y  $b$  enteros. Probar que si  $(a, b) = 2$  entonces  $(5a - b, 6a - b) = 2$ .
4. Efectuar el cálculo  $1403_{(5)} \times 24_{(5)}$  (trabajando en base 5). Escribir los detalles del procedimiento; no basta solamente escribir el resultado.
5. ¿Qué ecuación plantearía para encontrar la base  $b$  de forma tal que  $(1374_{(b)})^2 = 18177_{(b)}$ ?  
Observación: no hace falta resolver la ecuación, sólo plantearla.
6. a) Calcular todas las raíces cuartas de  $z = 2\sqrt{3} - 2i$ . Graficar en el plano complejo.  
b) Calcular  $(2\sqrt{3} - 2i)^{160}$ , y expresar el resultado usando el argumento principal.
7. ¿Para qué valores reales de  $x$  se obtiene que el argumento principal de  $z = 2x^3 + 2xi$  es  $\pi/4$ ?