Parcial 4

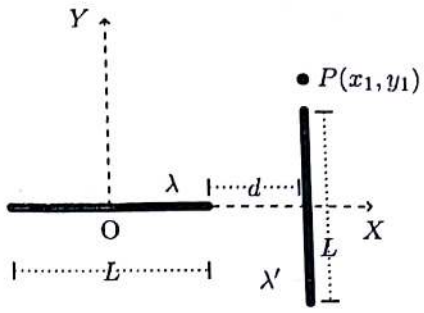
Fisica Ii - Ic (Universidad Nacional del Sur)

Escanea para abrir en Studocu

Studocu no está patrocinado ni avalado por ningún colegio o universidad.
Descargado por Flor Arellano (florare82@gmail.com)

1er Parcial

Problema 1. Se tienen dos barras de longitud L cargadas con densidades λ y λ' como se muestra en la figura. La densidad λ' varia como $\lambda' = \lambda'_0 y$. El punto P se encuentra en las coordenadas (x_1, y_1).



(a) Encuentre la carga neta de cada varilla.

(b) Encuentre el campo generado por la varilla de carga λ en el punto P.

(c) Encuentre la fuerza de interacción entre ambas varillas. Deje planteada/s la/s integral/es a resolver. Explique con sus palabras como se moverá la varilla con carga λ'.

Problema 2. Se tiene una esfera de radio **A** que posee una densidad de carga igual a $\rho(r) = \rho_0 r$ (con $\rho_0 > 0$ y medido en unidades de C/m^2) rodeada por un cascarón conductor de radio interno **A** y radio externo **B** que tiene una carga neta $Q_C > 0$. A su vez, todo el arreglo esta rodeado por un cascarón dieléctrico de radio interno **B** y radio externo **C** de constante dieléctrica K.

(a) Encuentre la carga neta de la esfera de radio **A**.

(b) Calcule el vector campo eléctrico para todo el espacio, justificando adecuadamente cada paso realizado. Grafique la intensidad del campo eléctrico para todo r.

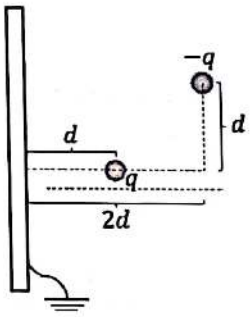
(c) Calcule y grafique el potencial eléctrico como función de r.

(d) Calcule las densidades de carga de polarización presentes en el problema. Grafique a la polarización para todo r.

(e) Indique cuales son las densidades de carga en la superficie interna y externa del cascarón metálico.

(f) Si se reemplazara a la esfera de radio **A** por una carga puntual ubicada en una posición $r < A$ pero distinta del centro de la esfera y su carga es igual a la encontrada en el inciso (a). Explique como cambiará el campo eléctrico del sistema y donde es posible encontrar el campo eléctrico utilizando la Ley de Gauss o la Ley de Gauss Generalizada. Justifique.

Problema 3. Sea un dipolo eléctrico enfrentado a un plano conductor conectado a tierra, tal como se representa en la figura.



(a) Calcule la fuerza que siente la carga positiva.

(b) Realice un dibujo esquemático de las curvas equipotenciales y líneas de campo que genera la distribución de cargas de la figura.

(c) Considere el sistema del plano con únicamente la carga positiva. Indique cual es el valor mínimo de d para que se produzca una descarga eléctrica entre la carga y el plano. (Rigidez dieléctrica del aire: $3 \times 10^6\ V/m$, considere que la permitividad del aire es igual a la del vacio).

This document is available free of charge on studocu
Descargado por Flor Arellano (florare82@gmail.com)
Escaneado con CamScanner

Problema 1. Se tienen dos barras de longitud L cargadas con densidades λ y λ' como se muestra en la figura. La densidad λ es constante mientras que λ' varia como $\lambda' = \lambda'_0 y$. El punto P se encuentra en las coordenadas (x1,y1).

(a)Encuentre la carga neta de cada varilla.

(b)Encuentre el campo generado por la varilla de carga λ en el punto P.

(c)Encuentre la fuerza de interacción entre ambas varillas. Deje planteada/s la/s integral/es a resolver. Explique con sus palabras como se moverá la varilla con carga λ'.

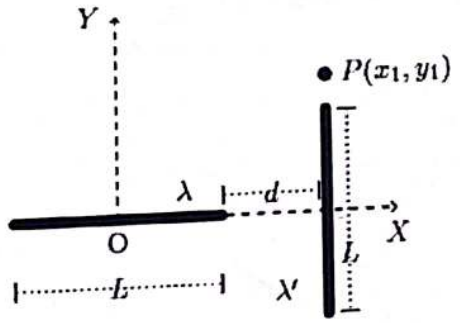


Figura 1: Imagen del ejercicio a resolver

a) Lo primero que nos pide es que encontremos la carga neta de cada varilla, para ello tenemos que recordar que la carga se obtiene integrando la densidad de carga, con lo cual, si tenemos una barra, la integral será de línea.

Para la barra de densidad de carga λ, como la misma esta sobre el eje x, y su centro se encuentra en el origen de coordenadas, el cálculo de la carga es el siguiente:

$$Q = \int_{\frac{-L}{2}}^{\frac{L}{2}} \lambda \, dx \quad \rightarrow \quad Q = \lambda L$$

En el caso de la densidad de carga $\lambda' = \lambda'_0 y$, como la misma se encuentra paralela al eje y, y su centro coincide con el eje x, el cálculo de la carga es el siguiente:

$$Q' = \int_{\frac{-L}{2}}^{\frac{L}{2}} \lambda'_0 y \, dy \quad \rightarrow \quad Q' = \frac{\lambda'_0}{2}\left(\left(\frac{L}{2}\right)^2 - \left(\frac{-L}{2}\right)^2\right) \quad \rightarrow \quad Q' = 0$$

Si observamos la distribución de carga en la barra, el resultado es coherente, ya que la parte superior tiene igual carga que la parte inferior, pero de signo contrario. (Ver Fig. 2)

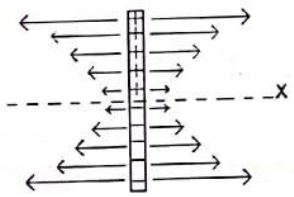


Figura 2: Distribución de carga en la barra con densidad λ'. Representación del vector campo eléctrico.

Descargado por Flor Arellano (florare82@gmail.com)
Escaneado con CamScanner

b) Nos pide encontrar el campo generado por la varilla de carga λ en el punto P.

Dado que la varilla es de longitud L, es conveniente utilizar la ley de Coulomb dada por la siguiente ecuación:

$$\overrightarrow{dE} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq\,(\vec{r}-\vec{r'})}{|(\vec{r}-\vec{r'})|^3}$$

Entonces, lo primero que debemos hacer es definir los vectores $\vec{r}$ y $\vec{r'}$ y el diferencial de carga dq.

Para los vectores $\vec{r}$ y $\vec{r'}$, utilizaremos como guía las figuras 1 y 3:

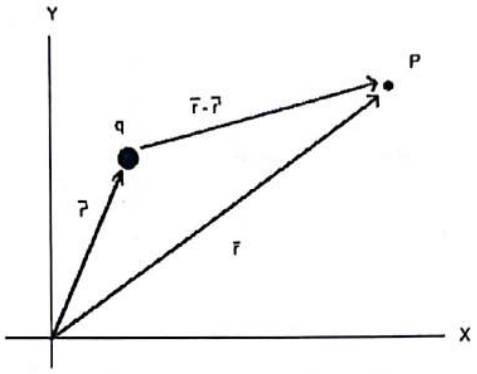


Figura 3: Representación grafica del vector $\vec{r}-\vec{r'}$

El vector $\vec{r}$, es el vector que sale del origen de coordenadas y llega al punto donde queremos evaluar el campo eléctrico, con lo cual, según nuestro ejercicio a resolver, el vector $\vec{r}$ quedaría expresado de la siguiente forma

$$\vec{r} = (x_1; y_1)\ tambien\ podia\ quedar\ expresado\ como\ \left(\frac{L}{2}+d; y_1\right)$$

Por su parte el vector $\overrightarrow{r'}$ es aquel que parte del origen de coordenadas y llega a la carga a la cual se le quiere calcular el campo eléctrico, como en nuestro caso no tenemos una carga puntual, sino una distribución de carga, debemos elegir el vector de forma tal, que luego con la integral, podamos calcular el campo eléctrico para toda la barra. Es por esto que el vector $\overrightarrow{r'}$ queda expresado de la siguiente manera.

$$\overrightarrow{r'} = (x; 0)$$

Una vez encontrados dichos vectores, se procede a restarlos para encontrar el vector que forma parte de la ecuación de Coulomb, quedando así:

$$\vec{r}-\overrightarrow{r'} = (x_1; y_1) - (x; 0) \quad \rightarrow \quad \vec{r}-\overrightarrow{r'} = (x_1 - x\,; y_1)\ o\ \left(\frac{L}{2}+d-x\,; y_1\right)$$

Por ultimo resta definir el dq. Dado que las barras se consideran unidimensionales, y que la barra de densidad de carga λ se encuentra sobre el eje x es que el diferencial de carga queda expresado de la siguiente manera:

$$dq = \lambda\, dx$$

This document is available free of charge on studocu

Descargado por Flor Arellano (florare82@gmail.com)

Escaneado con CamScanner

Colocando cada termino en la ecuación de Coulomb obtenemos:

$$E = \int_{\frac{-L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\lambda\,(x_1 - x\,; y_1)}{\left(\sqrt{(x_1 - x)^2 + {y_1}^2}\right)^3}\, dx$$

Cuyo resultado es el siguiente:

$$\bar{E} = k\lambda \left\{ \left[\frac{1}{((x_1 - x)^2 + {y_1}^2)^{1/2}} \right]_{-L/2}^{L/2} \hat{\imath} + \left[\frac{(x - x_1)}{y_1((x - x_1)^2 + {y_1}^2)^{1/2}} \right]_{-L/2}^{L/2} \hat{\jmath} \right\}$$

c) Por ultimo nos pide que encontremos la fuerza de interacción entre ambas varillas y que expliquemos cómo se moverá la varilla con carga λ'.

La fuerza de interacción puede calcularse sobre la varilla de densidad λ, o sobre la varilla de densidad λ', ya que la fuerza que cada varilla siente será de igual intensidad. En este caso dado que en el punto b) obtuvimos el campo eléctrico de la varilla con densidad de carga λ en el punto P, lo utilizaremos, y obtendremos la fuerza que siente la varilla de densidad de carga λ', debido al campo eléctrico generado por la varilla de densidad de carga λ

$$\overline{dF} = dq_{\lambda'}\overline{E_\lambda} \qquad \text{Con: } dq_{\lambda'} = \lambda'_0 y\, dy$$

Por lo tanto, la fuerza queda expresada de la forma:

$$\bar{F} = k\,\lambda\,\lambda'_0 \int_{\frac{-L}{2}}^{\frac{L}{2}} y \left\{ \left[\frac{1}{((x_1 - x)^2 + y^2)^{1/2}} \right]_{-L/2}^{L/2} \hat{\imath} + \left[\frac{(x - x_1)}{y\,((x - x_1)^2 + y^2)^{1/2}} \right]_{-L/2}^{L/2} \hat{\jmath} \right\} dy$$

Es importante destacar el cambio realizado en la variable y_1. Como queremos calcular la fuerza que siente la varilla de densidad de carga λ' debido al campo eléctrico generado por la varilla de densidad de carga λ, necesitamos que ese campo eléctrico varíe en todo el eje y, para luego poder integrarlo y así conocer la fuerza en cada punto de la varilla λ'. Si por el contrario no cambiamos el valor de y_1 por y, e integramos, veremos que estaremos integrando una constante, esto se debe a que el campo eléctrico está calculado para un punto específico y no para todo el eje y, con lo cual no estaríamos calculando la fuerza sobre toda la barra λ'.

Por último, para conocer el movimiento de la varilla, debemos observar cómo son las líneas de campo eléctrico, y consecuentemente las de la fuerza en la varilla de densidad de carga λ'.

Al ser λ' de la forma: $\lambda' = \lambda'_0 y$, sabemos que para las y>0, la densidad de carga será positiva, y para las y<0, será negativa (Ver Fig. 2). Por lo tanto la fuerza que siente la barra λ' debido a la barra λ, será repulsiva para las y>0, dado que ambas barras tendrán densidades de carga positiva; y atractiva para las y<0, dado que tendrán carga opuesta, esto ocasionara que la barra rote en sentido horario.

Descargado por Flor Arellano (florare82@gmail.com)
Escaneado con CamScanner

1er Parcial

Problema 2. Se tiene una esfera de radio **A** que posee una densidad de carga igual a $\rho(r) = \rho_0 r$ (con $\rho_0 > 0$ y medido en unidades de C/m^4) rodeada por un cascarón conductor de radio interno **A** y radio externo **B** que tiene una carga neta $Q_C > 0$. A su vez, todo el arreglo esta rodeado por un cascarón dieléctrico de radio interno **B** y radio externo **C** de constante dieléctrica K.

(a) Encuentre la carga neta de la esfera de radio **A**.

(b) Calcule el vector campo eléctrico para todo el espacio, justificando adecuadamente cada paso realizado. Grafique la intensidad del campo eléctrico para todo r.

(c) Calcule y grafique el potencial eléctrico como función de r.

(d) Calcule las densidades de carga de polarización presentes en el problema. Grafique a la polarización para todo r.

(e) Indique cuales son las densidades de carga en la superficie interna y externa del cascarón metálico.

(f) Si se reemplazara a la esfera de radio **A** por una carga puntual ubicada en una posición $r < A$ pero distinta del centro de la esfera y su carga es igual a la encontrada en el inciso (a). Explique como cambiará el campo eléctrico del sistema y donde es posible encontrar el campo eléctrico utilizando la Ley de Gauss o la Ley de Gauss Generalizada. Justifique.

This document is available free of charge on studocu
Descargado por Flor Arellano (florare82@gmail.com)
Escaneado con CamScanner

(a) Para calcular la carga de la esfera de radio **A**, debemos integrar su densidad de carga, en este caso volumétrica, en todo el volumen.

$$Q = \int \rho dV = \int_0^A \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \rho_0 r \cdot r^2 sen\theta d\theta d\phi dr = 4\pi\rho_0 \int_0^r r^3 dr = \pi\rho_0 A^4 \tag{1}$$

(b) Debido a que la esfera central posee una distribución de carga que solo depende de r, usaremos como superficie Gaussiana una esfera concéntrica. De este modo, el Campo Eléctrico y el desplazamiento eléctrico serán paralelos al versor normal a la superficie ($\hat{e}_r$) y el producto escalar presente en la Ley de Gauss generalizada será igual al producto de los módulos de los vectores intervinientes. Además, debido a esta simetría, es posible asegurar que el campo será constante sobre la superficie. De igual manera, se podrá usar una esfera Gaussiana para regiones dentro del conductor y por fuera del mismo ya que este tiene un radio constante de manera que las cargas inducidas que se concentren en las superficies tendrán una distribución uniforme. Ademas, utilizando la ley de Gauss generalizada no debemos preocuparnos por las cargas de polarización presentes en el dieléctrico, ya que esta ley solo tiene en cuenta las cargas libres.

Comenzamos por calcular el desplazamiento en cada uno de las regiones. Para $\mathbf{r < A}$:

$$\oint \vec{D}_1 \cdot d\vec{S} = Q_{libre}$$

$$\oint \left|\vec{D}_1\right|\left|d\vec{S}\right| cos\alpha = \int \rho dV$$

$$\oint D_1 dS = \rho_0 \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^r r \cdot r^2 sen\theta dr d\phi d\theta$$

$$D_1 \oint dS = 4\pi\rho_0 \int_0^r r^3 dr$$

$$D_1 \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} r^2 sen\theta d\theta d\phi = 4\pi\rho_0 \frac{r^4}{4}$$

$$D_1 4\pi r^2 = \pi\rho_0 r^4$$

$$D_1 = \frac{\rho_0 r^2}{4}$$

Luego el campo eléctrico viene dado por $\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\epsilon}$. En este caso al estar en el vacío, la permitividad sera la del mismo:

$$\vec{D}_1 = \frac{\rho_0 r^2}{4}\hat{e}_r$$

$$\vec{E}_1 = \frac{\rho_0 r^2}{4\varepsilon_0}\hat{e}_r \tag{2}$$

Para $\mathbf{A < r < B}$ el campo eléctrico es nulo por estar esta región comprendida dentro de un conductor.

$$\vec{E}_2 = 0 \tag{3}$$

Procediendo de forma análoga que como para $\mathbf{A < r}$ podemos encontrar el desplazamiento para el exterior del conductor, $\mathbf{B < r}$. Como la ley de gauss generalizada no contempla las cargas de polarización, el desplazamiento sera igual para $\mathbf{B < r < C}$ y $\mathbf{C < r}$. La única diferencia sustancial es que ahora encerramos la totalidad de la carga de la esfera y la carga del conductor:

$$\oint \vec{D}_3 \cdot d\vec{S} = Q_{libre}$$

$$D_3 4\pi r^2 = \pi\rho_0 A^4 + Q_C$$

$$D_3 = \frac{\rho_0 A^4}{4r^2} + \frac{Q_C}{4\pi r^2}$$

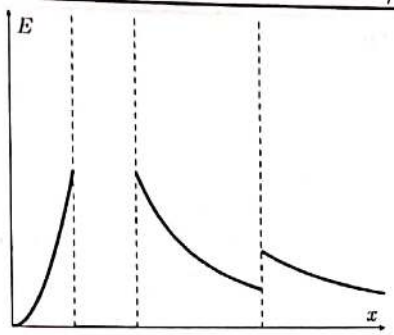
Luego habrá que calcular el campo eléctrico en las dos regiones con la permitividad que corresponda:

$$\vec{D}_3 = \left(\frac{\rho_0 A^4}{4r^2} + \frac{Q_C}{4\pi r^2}\right)\hat{e}_r \qquad para\ B < r$$

$$\vec{E}_3 = \left(\frac{\rho_0 A^4}{4K\varepsilon_0 r^2} + \frac{Q_C}{4\pi K\varepsilon_0 r^2}\right)\hat{e}_r \qquad para\ B < r < C \tag{4}$$

$$\vec{E}_4 = \left(\frac{\rho_0 A^4}{4\varepsilon_0 r^2} + \frac{Q_C}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\right)\hat{e}_r \qquad para\ C < r \tag{5}$$

Descargado por Flor Arellano (florare82@gmail.com) Escaneado con CamScanner



(c) Para calcular el potencial utilizaremos la definición ($\Delta V = -\int_B^A \vec{E}\cdot d\vec{l}$) y la referencia la colocaremos en el infinito.

$$V_4(r) = -\int_{\text{inf}}^{r} E_4 dr' \tag{6}$$

$$= \left(\frac{\rho_0 A^4}{4\varepsilon_0} + \frac{Q_C}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{1}{r} \tag{7}$$

$$V_3(r) = -\int_{\text{inf}}^{C} E_4 dr' - \int_{C}^{r} E_3 dr' \tag{8}$$

$$= \left(\frac{\rho_0 A^4}{4\varepsilon_0} + \frac{Q_C}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{1}{C} + \left(\frac{\rho_0 A^4}{4K\varepsilon_0} + \frac{Q_C}{4\pi K\varepsilon_0}\right)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{C}\right) \tag{9}$$

$$V_2(r) = -\int_{\text{inf}}^{C} E_4 dr' - \int_{C}^{B} E_3 dr' - \int_{B}^{r} E_2 dr' \tag{10}$$

$$= \left(\frac{\rho_0 A^4}{4\varepsilon_0} + \frac{Q_C}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{1}{C} + \left(\frac{\rho_0 A^4}{4K\varepsilon_0} + \frac{Q_C}{4\pi K\varepsilon_0}\right)\left(\frac{1}{B} - \frac{1}{C}\right) \tag{11}$$

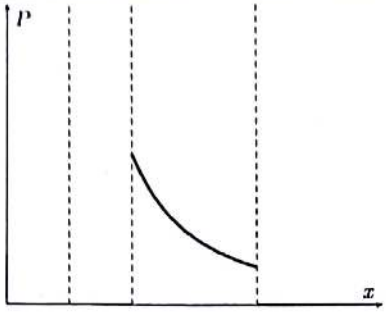
$$V_1(r) = -\int_{\text{inf}}^{C} E_4 dr' - \int_{C}^{B} E_3 dr' - \int_{B}^{A} E_2 dr' - \int_{A}^{r} E_1 dr' \tag{12}$$

$$= \left(\frac{\rho_0 A^4}{4\varepsilon_0} + \frac{Q_C}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{1}{C} + \left(\frac{\rho_0 A^4}{4K\varepsilon_0} + \frac{Q_C}{4\pi K\varepsilon_0}\right)\left(\frac{1}{B} - \frac{1}{C}\right) + \frac{\rho_0}{12\varepsilon_0}(A^3 - r^3) \tag{13}$$

(d) Para calcular las cargas de polarización, primero debemos calcular la polarización. En ese caso la única región donde hay dieléctrico que es capaz de polarizarse es para $\mathbf{B < r < C}$. Para calcularla utilizaremos $\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$, por lo que $\vec{P}$ estará dado por:

$$\vec{P}_3 = \vec{D}_3 - \varepsilon_0\vec{E}_3 = \left(\frac{\rho_0 A^4}{4K\varepsilon_0 r^2} + \frac{Q_C}{4\pi K\varepsilon_0 r^2}\right)\left(1 - \frac{1}{K}\right)\hat{e}_r \tag{14}$$

This document is available free of charge on studocu
Descargado por Flor Arellano (florare82@gmail.com)
Escaneado con CamScanner



Conociendo la polarización, podemos calcular las densidades superficiales y volumétricas de polarización como:

$$\sigma_{P-} = \vec{P} \cdot -\hat{e}_r\Big|_{r=B} = -\left(\frac{\rho_0 A^4}{4K\varepsilon_0 B^2} + \frac{Q_C}{4\pi K\varepsilon_0 B^2}\right)\left(1 - \frac{1}{K}\right) \tag{15}$$

$$\sigma_{P+} = \vec{P} \cdot \hat{e}_r\Big|_{r=C} = \left(\frac{\rho_0 A^4}{4K\varepsilon_0 C^2} + \frac{Q_C}{4\pi K\varepsilon_0 C^2}\right)\left(1 - \frac{1}{K}\right) \tag{16}$$

$$\rho_P = -\nabla \cdot \vec{P} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2 P) = 0 \tag{17}$$

(e) Utilizando una superficie gaussiana similar a la planteada en el inciso (a) pero de radio $\mathbf{A < r < B}$, podemos encontrar las densidades de carga inducidas en el conductor. Como se trata de un conductor el campo eléctrico en esta región es nulo. Por lo tanto también el desplazamiento. Luego, según la ley de gauss generalizada nos indica que la carga libre encerrado también es nula. Como la carga encerrada por esta superficie consiste en la carga de la esfera de radio **A** y la carga inducida en la superficie interna del conductor, podemos plantear:

$$Q_{libre} = \pi\rho_0 A^4 + q_{\frac{Inducida}{Interna}} = 0$$

$$q_{\frac{Inducida}{Interna}} = -\pi\rho_0 A^4 \tag{18}$$

Luego, como la carga del cascaron conductor es Q_C y a la misma la podemos dividir en la carga de la superficie interna y la de la externa, obtenemos:

$$Q_C = q_{\frac{Inducida}{Interna}} + q_{\frac{Inducida}{Externa}}$$

$$q_{\frac{Inducida}{Externa}} = Q_C - q_{\frac{Inducida}{Interna}} = Q_C + \pi\rho_0 A^4 \tag{19}$$

Finalmente podemos calcular sus densidades dividiendo a cada una de ellas por su superficie correspondiente. Esto se debe a que se trata de un conductor de radio constante, por lo que la densidad de carga es constante.

$$\sigma_{\frac{Inducida}{Interna}} = \frac{-\pi\rho_0 A^4}{4\pi A^2} = \frac{-\rho_0 A^2}{4} \tag{20}$$

$$\sigma_{\frac{Inducida}{Externa}} == \frac{Q_C + \pi\rho_0 A^4}{4\pi B^2} \tag{21}$$

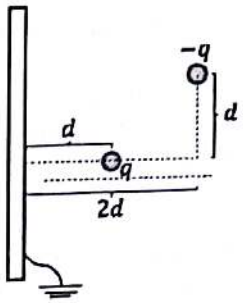
(f) Si se reemplazara a la esfera de radio **A** por una carga puntual descentrada respecto del resto del sistema pero cuya intensidad sea la misma que la carga que tenia la esfera, el único cambio que observaríamos seria para $\mathbf{r < A}$ y sobre las cargas inducidas en la superficies interior. Debido a que la carga esta descentrada vamos a tener mayor inducción de carga en la superficie del conductor más cercana a la carga y menor carga inducida en la superficies más lejana. Debido a esta asimetría en la distribución de carga, no será posible utilizar la Ley de Gauss para hallar el campo eléctrico dentro del conductor. Sin embargo la cantidad de carga inducida en la superficie del conductor sera igual a la carga puntual pero de signo contrario. Esto se debe a que si planteamos la ley de Gauss dentro del conductor, como el campo es cero, también lo será la carga encerrada. Por lo que la carga neta inducida interna es la misma que antes, lo que cambia es su distribución.

Por otro lado, la carga externa del cascarón conductor sera la misma que antes y se continuará distribuyendo de manera uniforme ya que su distribución no depende de la distribución de carga en la superficie interna. De este modo el campo para regiones externas al conductor será el misma que hallamos anteriormente.

Descargado por Flor Arellano (florare82@gmail.com) Escaneado con CamScanner

Problema 3

Sea un dipolo eléctrico enfrentado a un plano conductor conectado a tierra, tal como se representa en la figura.
(a) Calcule la fuerza que siente la carga positiva.
(b) Realice un dibujo esquemático de las curvas equipotenciales y líneas de campo que genera la distribución de cargas de la figura.
(c) Considere el sistema del plano con únicamente la carga positiva. Indique cual es el valor mínimo de d para que se produzca una descarga eléctrica entre la carga y el plano. (Rigidez dieléctrica del aire: $3\times106\ V/m$, considere que la permitividad del aire es igual a la del vacío).



a)

La fuerza que sienta la partícula q será aquella producida por el campo que genera la carga –q $\vec{E}_{-q}$ y el plano con cargas inducidas $\vec{E}_{plano}$

$$\vec{F}_q = q(\vec{E}_{-q} + \vec{E}_{plano})$$

La realidad es que para calcular este último campo deberíamos conocer la posición de las cargas inducidas, y eso no lo sabemos, pero sí sabemos que el plano conductor es una superficie equipotencial y, al estar conectado a tierra ese V=0.
En esta instancia es útil emplear el método de las imágenes para conocer cuáles serían las cargas inducidas.
Nota: aunque el plano esté conectado a tierra, va a estar cargado!!! Justamente va a estar cargado "por inducción"

Determinación de la posición y magnitud de las cargas imagen
Elegiremos un sistema de coordenadas tal que el plano de la hoja sea el plano <X,Y>, y el plano conductor coincida con el plano <Z,Y>. La carga $q_1=q$, ubicada en *(d,0,0)* y la $q_2=-q$, ubicada en *(2d, d, 0)* van a inducir cargas en el plano conductor. Las cargas estarán en la superficie de la derecha del plano: en la parte superior habrá cargas inducidas positivas y en la parte inferior cargas inducidas negativas. Es decir, habrá líneas de Campo Eléctrico que lleguen perpendicularmente al plano, en la parte superior de manera "saliente" al plano y en la parte inferior de manera "entrante al plano". La magnitud y posición de las cargas imagen que satisfacen que el potencial es nulo en el plano <XY>, es que sean $q'_1=-q$ ubicada en el punto *(-d,0,0)* y $q'_2=q$ en el punto *(-2d, d,0)*.

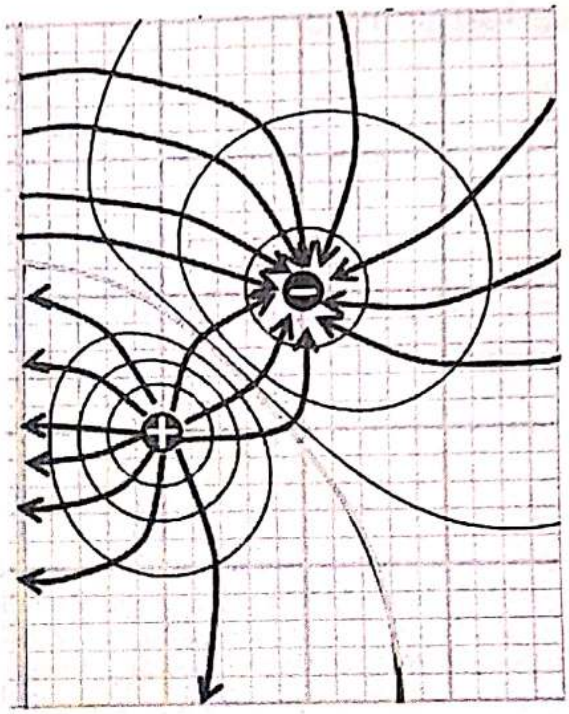
Entonces podemos decir que el campo generado por las cargas inducidas el plano es equivalente al que generen las cargas imagen $\vec{E}_{plano} = \vec{E}_{q_1'} + \vec{E}_{q_2'}$, y que la fuerza total que sisente la carga q es

$$\vec{F}_q = q\left(k\frac{-q}{(2d^2)^{3/2}}(-d,-d,0) + k\frac{-q}{(2d)^{3/2}}(2d,0,0) + k\frac{q}{(9d^2+d^2)^{3/2}}(3d,-d,0) \right)$$

Donde k es la constante de Coulomb

This document is available free of charge on studocu
Descargado por Flor Arellano (florare82@gmail.com)
Escaneado con CamScanner

b) En cuanto a las líneas equipotenciales y las líneas de campo, se esquematizan en el siguiente dibujo. Note que la línea equipotencial V=0 está en todo el plano conductor (línea vertical del lado izquierdo) y en una línea media entre las cargas (ambas resaltadas en color verde). Y que las curvas equipotenciales son "círculos" en regiones cercanas a las cargas, pero luego se van "achatando" del lado izquierdo hasta coincidir con el plano del conductor. Con respecto a las líneas de campo, observe que siempre inciden perpendicularmente al mismo, que del lado izquierdo del plano no hay líneas de campo porque no hay cargas inducidas, y que del lado derecho hay líneas de campo entrantes y salientes al plano.



c) En cuanto a la distancia mínima que desencadenaría la ruptura dieléctrica considerando que <u>sólo están la carga positiva y el plano,</u> nuestro problema quedará reducido a la carga q_1 y su imagen q'_1. $\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_{q_1} + \vec{E}_{q'_1}$.

La máxima intensidad de campo eléctrico va a estar sobre la línea perpendicular al plano conductor que pase por el lugar donde está la carga q_1 (lugar donde se induce la mayor cantidad de cargas negativas), es decir, sobre el eje *Y*. Y sobre ese eje, el campo va a ser máximo en $x=d$ (lugar donde está la carga) y mínimo en $x=0$ (en el plano). Para que se produzca la ruptura dieléctrica es necesario que en todos los puntos sobre el eje *Y*, que están entre $x=0$ y $x=d$, el campo eléctrico sea por lo menos el campo de ruptura dieléctrica, es decir que el campo en el origen de coordenadas sea $\left|\vec{E}(0,0)\right| = E_{max} = 3.10^6 \, V/m$

$\left|\vec{E}(0,0)\right| = 2k\frac{q}{d^2} = 3.10^6 \, V/m$, entonces si la carga q está a una distancia $d = \sqrt{\frac{2kq}{3.10^6 \, V/m}}$ o menor se producirá la ruptura dieléctrica del aire. Esto tiene sentido pues nos dice que cuanto más grande sea la carga, mayor será esa distancia límite, y cuanto mayor sea la constante de ruptura dieléctrica del medio que se interponga entre la carga y el plano, más se podrá acercar la carga al plano.

Descargado por Flor Arellano (florare82@gmail.com)
Escaneado con CamScanner