1) Sea B la región de $\mathbb{R}^3$ dada por

$x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$, $x + y + z \leq 1$.

Sea F el campo en $\mathbb{R}^3$ definido por

$F(x, y, z) = (x, y, z)$

Verificar y enunciar el teorema de la divergencia de Gauss.

2) Sea S la superficie dada por

$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, \ x^2 + y^2 + z^2 = 1, \ z \geq 0, \ x \geq 0\}$

Sea $F(x, y, z)$ el campo en $\mathbb{R}^3$ dado por

$F(x, y, z) = (-y, x, 0)$

Enunciar y verificar el teorema de Stokes.

3) Sea $g(u, v) = (u^2, uv, v^2)$

$g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$

y sea $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$

$f(x, y, z) = (xy, yz)$

Calcular usando la regla de la cadena la derivada $D(f \circ g)$ calculada en (u, v).

4) Calcular ~~...~~ el área de la superficie de una esfera de radio R.

5) Sea F el campo en $\mathbb{R}^3 - \{\text{eje } z\}$ definido por

$$F(x,y,z) = \left(-\frac{y}{x^2+y^2}, \frac{x}{x^2+y^2}, 0 \right)$$

a) Decir si F es irrotacional

b) Decir si $\mathbb{R}^3 - \{\text{eje } z\}$ es ~~...~~ una región simplemente conexa

c) Decir si F es conservativo

d) ¿Existe una $f : \mathbb{R}^3 - \{\text{eje } z\} \to \mathbb{R}$ tal que $\nabla f = F$?

Justificar todo

6) Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2y^2 + xy^5}{x^2+y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

a) Decir dónde f es diferenciable

b) Decir dónde f es continua

Justificar todo

7) Hallar los máximos y mínimos absolutos de la función $f(x,y) = 2x^2+y^2$ en la región $R = \{(x,y) \mid x^2+2y^2 \leq 1\}$ usando multiplicadores de Lagrange.

8) Dadas las ecuaciones en $\mathbb{R}^5$

$$\begin{cases} x^2 y^5 u^3 v + y\, w^4 v^2 = 2 \\ x y w^2 v^3 + x^3 u^2 y w^3 = 2 \end{cases}$$

a) Decir si es posible despejar a x e y en función de u, v, w en un entorno de $(1,1,1,1,1) \in \mathbb{R}^5$

b) Hallar si es posible $\dfrac{\partial x}{\partial u}(1,1,1)$