

NOMBRE Y APELLIDO:.....

REGISTRO:.....

1. (a) Hallar todos los $z \in \mathbb{C}$ tales que $\text{Im} \left(\frac{z+1}{z-1} \right) > 1$. Graficar el resultado.

(b) Evaluar los siguientes límites

$$(i) \lim_{z \rightarrow 0} e^{(1/\bar{z})} \quad (ii) \lim_{z \rightarrow 0} |z^2| \operatorname{Re} \left(\frac{1}{z} \right) \quad (iii) \lim_{z \rightarrow i} \frac{z^3 + (2-i)z^2 + (1-2i)z - i}{z^2 - iz}$$

2. Sea $f(z) = u(x, y) + i$, donde

$$u(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Hallar las regiones, si es que existen, donde $f(z)$ es continua, derivable, holomorfa.

3. (a) Hallar las regiones, si es que existen, donde las siguientes funciones son continuas, derivables, holomorfas. Donde sea posible calcular $f'(z)$.

(i) $f(z) = \operatorname{Log}[i(z-1)]$. $(-\pi < \operatorname{Arg}(z) \leq \pi)$

(ii) $f(z) = \frac{1}{i \operatorname{sen}(z) - e^{iz} - 1}$.

- (b) Reconstruir la función entera $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$, sabiendo que

$$u(x, y) = x^3 - 3xy^2 \quad \text{y} \quad f(0) = 2i.$$

4. (a) Calcular $\int_{\gamma} f(z) dz$; γ : $y = x^2$, desde $z_1 = -1+i$ hasta $z_2 = 1+i$; $f(z) = \begin{cases} \operatorname{Im}(z) & \text{si } \operatorname{Re}(z) < 0 \\ i & \text{si } \operatorname{Re}(z) \geq 0 \end{cases}$

- (b) Evaluar $\int_{\gamma} \frac{dz}{\sqrt{-iz}}$ para cada uno de los siguientes contornos. $(-\pi < \operatorname{Arg}(z) \leq \pi, \sqrt{1} = 1)$

(i) γ es la mitad superior de la circunferencia unitaria, recorrida desde $z_1 = -1$ hasta $z_2 = 1$.

(ii) γ es el rectángulo cuyos vértices son $-1+i$, $-2+i$, $-2-i$ y $-1-i$.

Justificar los procedimientos.

- (c) Calcular $\int_{|z-\frac{i}{2}|=1} \frac{dz}{z^2(z^2+1)}$.

Importante

Resolver cada uno de los cuatro (4) ejercicios en hojas distintas. Numerar las hojas usadas en cada ejercicio y escribir **nombre** y **apellido**. Indicar en el siguiente cuadro la cantidad de hojas usada en cada ejercicio. *Gracias*.

1	2	3	4