Preguntas realizadas: ☐☐☐☐☐

Ejercicios (Realizarlos en Hojas Separadas)

1. Demostrar formalmente que $L = \{a^n b^p a^n b^p a^r \mid r = n.p$ (producto de n y p) , $n, p \geq 0\}$ no es libre del contexto, utilizando el *"pumping theorem"*. Ejemplo de algunas cadenas de L: $ababa, abbabbaa, aabbaabbaaaa, a^3b^2a^3b^2a^6, \ldots, aabaabaa, aaabaaabaaa, a^4ba^4ba^4, a^5ba^5ba^5 \ldots$

2. Sea $prefijo\_comun(w, x)$ la función que consiste en calcular el prefijo común entre dos cadenas $w, x \in$ {a,b}*, definida como: $prefijo\_comun(w, x) = p$, donde $w = pr$ (p concatenado con r), $x = pq$, con $p, q, r \in$ {a,b}*.
   Por ejemplo: $prefijo\_comun$(**aba**abb,**aba**bab)=**aba** y $prefijo\_comun$(aba,baba) $= \lambda$

   a) Proponer una estrategia en forma de algoritmo para computar, mediante una máquina de Turing, la función $prefijo\_comun(w, x)$ para dos cadenas $w, x \in$ {a,b}* que se encuentran en la cinta w seguido por x a la derecha, separadas por un símbolo "\$" (ver el detalle de las convenciones explicadas en la **Nota** mas abajo). Indique en particular en que porción de la cinta almacenará el resultado.

   b) Especifique una máquina de Turing que compute la función $prefijo\_comun(w, x)$ siguiendo la estrategia planteada. Brinde tanto el grafo como la definición formal de los componentes de la M.T., sin necesidad de definir la función δ.

   Nota: Asuma que en la cinta se encuentra la cadena w seguida de x a la derecha, separados entre si por el símbolo "\$". Un símbolo "#" aparece tanto a izquierda de w como a derecha de x. Puede asumir que el resto de la cinta contiene símbolos "$*$". Considere que la máquina comienza con la cabeza sobre el símbolo "#" de la izquierda. Al finalizar la ejecución de la máquina, la cinta sólo podrá tener dos apariciones del símbolo "#" que delimitan el resultado de la función. Por ejemplo: si w=**aba**abb y x=**aba**bab entonces la cinta contendrá inicialmente: ...$**$#**aba**abb\$**aba**bab#$**$... y luego de la ejecución contendrá: ...#**aba**#...
   Si w=aba y x=baba entonces la cinta contendrá inicialmente: ...$**$#aba\$baba#$**$... y luego de la ejecución contendrá: ...##... (representación de la cadena vacía λ,)

No se aceptará ninguna otra convención sobre el formato inicial y final de la cinta.

3. Dado el lenguaje $\{a^p b^q c^r d^{(p-q+r)} \mid p \geq q \text{ y } q, r \geq 0\}$, obtenga un autómata a pila para reconocerlo. Deberá brindar tanto el grafo como su definición formal, sin necesidad de definir la función δ.

4. Dado el lenguaje $L = \{a^n b^p a^n c^{p+n} \mid n, p \geq 1\}$ (note que no hay relación entre n y p)

   a) Obtenga una gramática que genere L y especifique todos sus componentes. Numere y explique brevemente el propósito de cada una de las reglas de producción y de los símbolos viajeros de la gramática.

   b) ¿De qué tipo es la gramática obtenida? Justifique.

   c) Muestre una derivación para la cadena '*aabbaacccc*'. Indique claramente que regla de la gramática obtenida utiliza en cada paso de la derivación.

5. Asuma que se ha demostrado que:

   - $L_1 = \{(a+b)^n (b+c)^n \mid n \geq 0\}$ es libre de contexto.
   - $L_2 = \{a^n c^{2n} a^n \mid n \geq 0\}$ **no** es libre de contexto.

   Utilizando las propiedades de clausura, **demuestre** si los siguientes lenguajes son Libres de Contexto o no:

   a) $L_a = \{a^n b^n c^n c^n b^n a^n \mid n \geq 0\}$

   b) $L_b = \{a^n c^n c^p a^p \mid n, p \geq 0\}$

   Nota: primero determine intuitivamente si el lenguaje es libre de contexto o no. Luego realice la demostración utilizando las propiedades de clausura y los lenguajes L_1 y L_2. Para demostrar que un lenguaje **no** es L.C. realice una demostración por el absurdo, sin necesidad de utilizar el *"pumping theorem"* dado que ya se asume demostrado que L_2 no es libre de contexto (y por lo tanto no verifica el teorema de pumping).