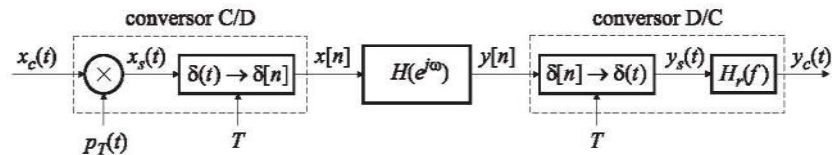


Nombre: L.U.:

Procesamiento Digital de Señales - Segundo Parcial - 15 de noviembre de 2017

- En el sistema de la figura la entrada es $x_c(t) = 1 + \cos(2\pi f_0 t) + \cos(2\pi 2.5f_0 t)$, con $f_0 = 2.5$ kHz, la respuesta impulsiva del sistema discreto es $h[n] = \delta[n] + \delta[n-1]$ y la frecuencia de muestreo es $F_s = 1/T = 10$ kHz.
 - Grafique detalladamente el espectro $X_c(f)$ de $x_c(t)$.
 - Calcule y grafique el espectro $X_s(f)$ de la señal muestreada continua $x_s(t)$.
 - Calcule y grafique el espectro $X(e^{j\omega})$ de la señal discreta $x[n]$.
 - Calcule la respuesta en frecuencia $H(e^{j\omega})$ del sistema discreto, y grafique el módulo y la fase en función de ω .
 - Calcule y grafique el espectro $Y(e^{j\omega})$ de la señal discreta $y[n]$ a la salida del filtro $H(e^{j\omega})$.
 - Calcule y grafique el espectro $Y_s(f)$ de la señal muestreada continua $y_s(t)$.
 - Calcule y grafique el espectro de la señal continua de salida $y_c(t)$.
 - Calcule $y_c(t)$.
 - Calcule y grafique la respuesta en frecuencia del sistema continuo $H_c(f) = Y_c(f)/X_c(f)$.



- Cuando un SLIT se excita con la entrada

$$x[n] = 5\left(\frac{1}{8}\right)^n u[n] - \left(\frac{7}{8}\right)^n u[-n-1] \quad \text{la salida es} \quad y[n] = 6\left(\frac{1}{4}\right)^n u[n]$$

- Calcule las transformadas Z de $x[n]$ y de $y[n]$, especificando sus regiones de convergencia.
 - Determine la función de sistema $H(z) = Y(z)/X(z)$ y grafique el diagrama de polos y ceros.
 - Especifique la región de convergencia, justificando su respuesta.
 - Calcule $h[n]$, la respuesta impulsiva del sistema, e indique si el sistema es (i) causal, (ii) estable,
- Dada la sucesión de longitud finita $x[n] = \cos(\omega_0 n)$ con $0 \leq n \leq N-1$, $N = 8$ y $\omega_0 = 3 \times 2\pi/N$.
 - Calcule $X(e^{j\omega})$ aplicando propiedades y grafique $X(e^{j\omega})$.
 - Calcule la $X[k]$, la TDF de N puntos de $x[n]$ y grafique $X[k]$ en función de k .
 - Calcule $X_2[k]$, la TDF de $2N$ puntos de $x[n]$ y grafique $X_2[k]$ en función de k .
 - Calcule $X_3[k]$, la TDF de $2N$ puntos de la sucesión $x_3[n] = \{x[n], x[n]\}$ que surge de concatenar dos veces a la señal $x[n]$ y grafique $X_3[k]$ en función de k .
 - Calcule $X_4[k]$, la TDF de $N/2$ puntos de $x[n]$.
 - Expresa $x_4[n]$ la TDF inversa de $X_4[k]$ en función de $x[n]$ y grafique $x_4[n]$.

- El sistema de procesamiento discreto de señales continuas de la figura del ejercicio 1 se utilizó para implementar un filtro FIR de fase lineal con respuesta en frecuencia $H(e^{j\omega})$. Sabiendo que:

- El retardo de grupo del FIR es τ ;
- Los conversores C/D y D/C introducen un retardo adicional de n_0 muestras cada uno;
- La respuesta en frecuencia del sistema continuo $H_c(f)$ se midió experimentalmente, y se dispone del vector de datos de la fase en radianes $[0 : \Delta p : p_{\max}]$, correspondientes al vector de frecuencias $f = [0 : \Delta f : F_s/2]$;

indique los pasos necesarios para graficar y comparar la fase (teórica) del FIR $H(e^{j\omega})$ con la fase medida eliminando el aporte de los conversores.

Series y transformadas de Fourier

Serie de Fourier (SF)	Transformada de Fourier (TF)	Transf. de Fourier de señales discretas (TFTD)	Transf. Discreta de Fourier (TDF)
$\tilde{x}(t) = \sum_k c_k e^{j\frac{2\pi}{T}kt}$	$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) e^{j2\pi ft} df$	$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega$	$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$
$c_k = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-j\frac{2\pi}{T}kt} dt$	$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt$	$X(e^{j\omega}) = \sum_n x[n] e^{-j\omega n}$	$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$
Varios	$\sum_{k=0}^{N-1} \rho^k = \frac{1-\rho^N}{1-\rho}, \quad \sum_{k=0}^{\infty} \rho^k = \frac{1}{1-\rho}$	$\text{sinc}(x) = \frac{\text{sen}(\pi x)}{\pi x}$	$\sum_{n=0}^{N-1} e^{-j\omega n} = e^{-j\frac{N-1}{2}\omega} \frac{\text{sen}(N\omega/2)}{\text{sen}(\omega/2)}$

Muestreo y reconstrucción

dominio frecuencial (Ω)	dominio temporal	dominio frecuencial (f)
$X(e^{j\omega}) = \frac{1}{T_s} \sum_k X_c \left[\frac{1}{T_s} (\omega - 2\pi k) \right]$	$x[n] = x_c(nT_s)$	$X(e^{j\omega}) = \frac{1}{T_s} \sum_k X_c \left[\frac{f_s}{2\pi} (\omega - 2\pi k) \right]$
$Y(e^{j\omega}) = H(e^{j\omega}) X(e^{j\omega})$	$y[n] = x[n] * h[n]$	$Y(e^{j\omega}) = H(e^{j\omega}) X(e^{j\omega})$
$Y_s(\Omega) = Y(e^{j\omega}) \Big _{\substack{\omega=\Omega\frac{2\pi}{f_s} \\ =\Omega T_s}}$	$y_s(t) = \sum_n y[n] \delta(t - nT_s)$	$Y_s(f) = Y(e^{j\omega}) \Big _{\substack{\omega=f\frac{2\pi}{f_s} \\ =2\pi f T_s}}$
$Y_r(f) = H_r(\Omega) Y_s(\Omega)$ $= T_s H(e^{j\omega}) X(e^{j\omega}) \Big _{\substack{\omega=\Omega\frac{2\pi}{f_s} \\ =\Omega T_s}}$	$y_r(t) = \sum_n y[n] h_r(t - nT_s)$	$Y_r(f) = H_r(f) Y_s(f)$ $= T_s H(e^{j\omega}) X(e^{j\omega}) \Big _{\substack{\omega=f\frac{2\pi}{f_s} \\ =2\pi f T_s}}$
$H_c(\Omega) = \begin{cases} H(e^{j\omega}) \Big _{\substack{\omega=\Omega\frac{2\pi}{f_s} \\ =\Omega T_s}}, \\ \text{si } \Omega < \frac{\Omega_s}{2} = \frac{\pi}{T_s}, \\ 0, \text{ caso contrario.} \end{cases}$		$H_c(f) = \begin{cases} H(e^{j\omega}) \Big _{\substack{\omega=f\frac{2\pi}{f_s} \\ =2\pi f T_s}}, \\ \text{si } f < \frac{f_s}{2} = \frac{1}{2T_s}, \\ 0, \text{ caso contrario.} \end{cases}$

Ventaneo

$$x[n] = u[n]v[n] \quad \Leftrightarrow \quad X(e^{j\omega}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} U(e^{j\theta}) V(e^{j(\omega-\theta)}) d\theta$$

Transformada Z

$$X(z) = \frac{1}{1-az^{-1}}, \quad |z| < a \quad \Leftrightarrow \quad x[n] = -a^n u[-n-1]$$

$$X(z) = \frac{1}{1-az^{-1}}, \quad |z| > a \quad \Leftrightarrow \quad x[n] = a^n u[n]$$

Raíces múltiples

$$z^N = re^{j0} \Rightarrow z_k = \sqrt[N]{r} e^{j\frac{0+2\pi k}{N}}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1$$

Diseño de filtros

Transformada Bilineal: $s = \frac{2}{T} \frac{(1-z^{-1})}{(1+z^{-1})}, \quad z = \frac{(2/T+s)}{(2/T-s)}, \quad \omega = 2 \arctan(\pi f T_d), \quad f = \frac{1}{\pi T_d} \tan\left(\frac{\omega}{2}\right)$

Invariación al impulso: $h[n] = T_d h_c(t) \Big|_{t=nT_d}$