

Punto 1: Realice un gráfico de la función:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x < -3 \\ (x+2) \cdot \log_2(x^2-3x+2) & \text{si } -3 \leq x < 3 \\ -\frac{2}{5}x + \frac{31}{5} & \text{si } 3 < x < 5 \\ |2^{(7.5-x)} - 3| - 1 & \text{si } 5 < x \leq 9 \end{cases}$$

A la vista del gráfico obtenido indique:

- a) El dominio de $f(x)$.
- b) El conjunto de valores de x tales que $f(x) \geq 0$
- c) La cantidad de soluciones de la ecuación $f(x) = m$ considerando todos los valores de m en el intervalo $[-5, 6]$.
- d) Un intervalo donde la función sea inversible.
- e) Si existe $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$.
- f) Si existe $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$.
- g) Si existe $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$.

Nota: Debe entregar el gráfico obtenido de la función.

Punto 2: a) Calcule los siguientes límites:

$$\text{i) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 7x + 10}{\sqrt{x} - \sqrt{5}} \qquad \text{ii) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{x+1}} - 2\right) \cdot \left(e - \frac{2}{x^2+1}\right)}{\frac{5+x}{2} \cdot \left(3 - \frac{5}{x^3}\right)}$$

b) Decir por qué no es correcto escribir la identidad $\frac{x^2+x-6}{x-2} = x+3$

(Obs: $x^2+x-6 = (x-2)(x+3)$).

c) De acuerdo a la respuesta del inciso anterior, explique por qué la igualdad

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+x-6}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x+3)$ es correcta.

d) Sabiendo que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2} = 5$, obtener $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

¿Podría obtener también $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$?

Punto 3: a) Dada $f(x) = 2 \cdot \ln(2x+5) - \ln\left(\frac{5}{2}-x\right)$

i)] Determine analíticamente el dominio de f .

ii)] Halle analíticamente las intersecciones del gráfico de f con los ejes coordenados.

b) Halle funciones $f(x)$ y $g(x)$ tales que $h(x) = \frac{4}{(6+2x^2)^{5/2}}$ sea $h = g \circ f$.

Punto 4: a) En un criadero se colocan 250 moscas. Al cabo de t días, el número de moscas viene dado

por $f(t) = 250 \cdot e^{0.02t}$

Determine:

i) el número de moscas que habrá presente al cabo de dos semanas.

ii) ¿cuántos días deberán transcurrir para que se encuentren presente 1000 moscas?

Punto 5: a) Halle el número de ordenamientos distintos de las letras de la palabra *BIOLOGICOS* si

- i) no hay restricciones.
- ii) terminan con las tres "o".

Explique su razonamiento.

b) Un equipo científico consta de 15 miembros, de los cuales 4 son biólogos, 3 son químicos, y el resto son de otras disciplinas. ¿Cuántos grupos de 4 miembros se pueden formar si

- i) en cada grupo debe figurar exactamente un biólogo y un químico?
- ii) en cada grupo debe figurar por lo menos un biólogo?

Explique su razonamiento.

c) ¿Cuántos números comprendidos entre 3000 y 5000 se pueden formar con los dígitos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, si

- i) no se permite repetir dígitos?
- ii) son impares y se permite repetir dígitos?

Explique su razonamiento.