Examen FINAL Análisis Matemático II (22/12/2016)

APELLIDO Y NOMBRES: **L.U.:** NOTA:

1. Sean:

   - W la región sólida de volumen finito en $\mathbb{R}^3$ limitada por las superficies $y = \sqrt{9 + x^2 + z^2}$, $y = 0$, tal que $x^2 + z^2 \leq 1$.
   - La curva $C = \begin{cases} y = \sqrt{9 + x^2 + z^2} \\ x^2 + z^2 = 1 \end{cases}$
   - D la región obtenida como intersección de W con el plano $z = 0$.

   a) **Calcular** una integral triple cuyo resultado sea el volumen de W.

   b) **Plantear** las integrales que permiten verificar el teorema de Stokes para el campo $G(x, y, z) = (y^2, z, -x)$, la curva C y una porción adecuada de la superficie $y = \sqrt{9 + x^2 + z^2}$. (Indicar en un gráfico la orientación elegida para la curva y el normal exterior para la superficie).

   c) **Plantear** las integrales cuyo resultado es el área de la porción de la superficie $y = \sqrt{9 + x^2 + z^2}$ que limita W.

   d) **Plantear** las integrales que permiten verificar el teorema de Green para el campo $F(x, y) = (3y, x^2)$ y la región D.

2. Sea $f(x, y) = x^2 + 2y^2 + 2x + 3$, $x^2 + y^2 = 4$
   i) Hallar, si existen, sus puntos extremos utilizando, si es posible, el método de los multiplicadores de Lagrange.
   ii) Deducir la geometría del método de los multiplicadores de Lagrange y utilizarla, cuando sea posible, para verificar los resultados del inciso anterior.

3. Sea $f(x, y) = y^3 \, |x - 2|$.

   a) Hallar el conjunto de puntos donde $f(x, y)$ **no es diferenciable**. Justificar.

   b) Hallar, si es posible, la derivada direccional de $f(x, y)$ en el punto $P = (2, 1)$ en una dirección tal que **no exista** recta tangente. Justificar.

4. Definir el vector gradiente de una función diferenciable $z = f(x, y)$ y **deducir** una interpretación geométrica del mismo. Justificar.

5. Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales:

   a) $y'' - 2y' - 8y = 3e^{-2x}$

   b) $xy' - 3y = -3x^4$, $y(1) = 2$

NÚMERO DE HOJAS ENTREGADAS: FIRMAR LA ÚLTIMA HOJA.