Cálculo I – Primer Parcial – 29-4-24 – Tema I

Apellido y nombres:	Nota:
Carrera:	N° de orden:

Importante: Se deben realizar los ejercicios en hojas separadas. Indicar en cada hoja nombre completo, tema, ejercicio n°… y n° de orden en letra imprenta clara y firmar la última hoja del examen indicando la cantidad de hojas entregadas.

1. a) Determinar el dominio de $f(x) = \frac{ln(-5x+3)}{x+2}$ y expresarlo utilizando notación de intervalos.
   b) Analizar la paridad de la siguiente función. Si es par o impar demostrarlo analíticamente.
   En caso de no ser ni par ni impar además de demostrar analíticamente, dar contraejemplo.

$$f(x) = \frac{x^3+2x}{|x|-1}$$

2. Considerar la función $f: R \to R$, definida por $f(x) = |(x+1)^3 - 1|$.

a) Hallar los puntos de intersección con los ejes coordenados.
b) Graficar la función e indicar su imagen.
c) ¿Admite función inversa? Justificar. Hallar la función inversa haciendo una restricción del dominio en caso de ser necesario. Indicar claramente la restricción elegida.

3. Calcular, si existen, los siguientes límites. En caso de ser ∞, indicar si es +∞ ó -∞

   a) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sqrt{2-x}-\sqrt{2}}{x^2-x}$ b) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{cos(2x)sen(2x)}{x}$ c) $\lim\limits_{x\to 2^+} \frac{e^2}{2-x}$

4. a) El uranio se desintegra de acuerdo con la función exponencial M(t)= M_0 . $(0,7)^t$, donde M es la masa medida en gramos y t se mide en horas, $t \geq 0$. Si inicialmente hay 200 gramos de uranio:
   1) ¿Qué cantidad de uranio hay después de 6 horas?
   2) ¿Cuánto tiempo se necesita para que quede menos de 10 gramos de uranio?

   b) Considerar la función $f(\mathrm{x}) = 2sen(x-\pi)$.
   1) Graficar la función en el período $\left[-\frac{\pi}{2}, 3\pi\right]$ e indicar la imagen.
   2) Hallar analíticamente las intersecciones en el intervalo dado.

5. a) Hallar y clasificar las discontinuidades de la función: $f(x) = \begin{cases} x^2 - \frac{2}{3} & \text{si } x < 0 \\ \frac{x+4}{3(x-2)} & \text{si } x > 0 \end{cases}$

   b) Hallar si existen asíntotas horizontales para x tendiendo a +∞ y/o -∞. Escribir la ecuación correspondiente en caso de existir.
   c) Demostrar que la ecuación $x^5 - 3x^4 - 2x^3 - x + 1 = 0$ tiene una solución entre 0 y 1.