



Parcial 6

Física II - IC (Universidad Nacional del Sur)

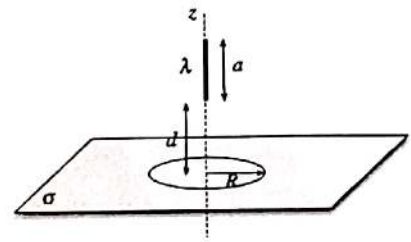


Escanea para abrir en Studocu

1er Recuperatorio

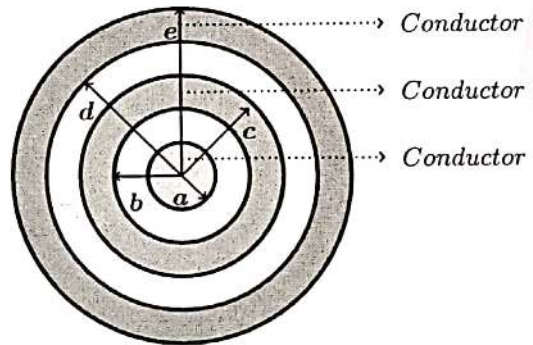
Problema 1. Considere un plano infinito con carga superficial $\sigma > 0$. El plano contiene un orificio circular de radio R en su superficie.

- (a) Calcule el campo eléctrico en cualquier punto del eje z .
- (b) A lo largo del eje del orificio se coloca una varilla cargada de largo a , densidad lineal $\lambda = \lambda_0$ con $\lambda_0 > 0$ y cuyo punto más próximo se encuentra a una distancia d del centro del orificio. Calcule la fuerza que experimenta esta varilla. Explique como se moverá la varilla.



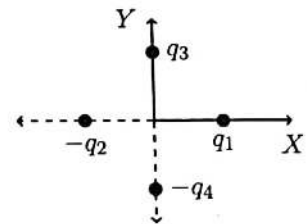
Problema 2. Se tiene un arreglo como el de la figura formado por una esfera y 2 cascarones metálicos esféricos concéntricos. El cascaron interior (radio a) tiene una carga Q mientras que el cascarón exterior (radios d y e) tiene una carga $-Q$. El cascaron de radios b y c tiene una carga neta igual a cero.

- (a) Encuentre el campo eléctrico en todo el espacio, justificando adecuadamente cada paso realizado. Grafique la intensidad de $\vec{E}$ en función de r . Dibuje las líneas de campo en todo el espacio.
- (b) Encuentre las densidades de cargas inducidas en cada una de las superficies de los conductores.
- (c) Si se conecta al cascarón de radios b y c a un potencial igual a 0. Encuentre las cargas inducidas en cada una de las superficies de los conductores. Dibuje las líneas de campo eléctrico en todo el espacio.



Problema 3. Se tiene un arreglo de cuatro cargas puntuales como se muestra en la figura. Cada carga se encuentra a una distancia a del origen y tienen una intensidad de carga q .

- (a) Calcule el vector Campo Eléctrico en el origen de coordenadas.
- (b) Calcule la energía potencial del arreglo.
- (c) Dibuje las líneas equipotenciales del arreglo.
- (d) ¿Cuánta energía es necesaria para agregar una quinta carga q en la posición (a, a) ?



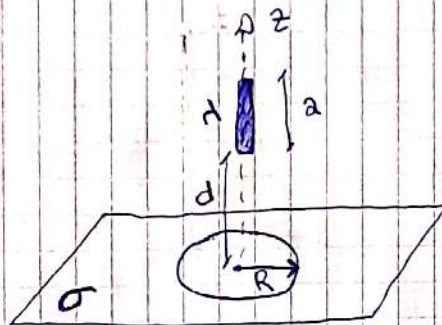
Recuperatorio de Física N° 2:

1

Plano infinito con carga sup. $\sigma > 0$, radio R .

2

$$\vec{E}_z = ?$$

Para cualquier punto en eje z :

$$d\vec{E} = \frac{K dq |\vec{r} - \vec{r}'|}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \quad ; \quad K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$dq = \sigma da$$

$$\vec{r} = (0, 0, z)$$

$$\vec{r}' = (r \cos \theta, r \sin \theta, 0)$$

$$|\vec{r} - \vec{r}'| = \sqrt{r^2 + z^2}$$

$$\vec{r} - \vec{r}' = (-r \cos \theta, -r \sin \theta, z)$$

$$\vec{E}_z = \vec{E} \text{ (hacia el plano } \sigma \text{ en todo el espacio)} - \vec{E} \text{ (solo para el espacio en la dirección de } z)$$

$$\vec{E}_z = \vec{E}_{\text{plano}} - \vec{E}_{\text{z del disco}}$$

$$d\vec{E}_{\text{plano}} = \frac{K z}{(r^2 + z^2)^{3/2}} (2\pi \sigma r dr)$$

σdA como el área de un círculo es

$$\vec{E}_{\text{plano}} = K z \pi \sigma \int_0^R \frac{2r}{(r^2 + z^2)^{3/2}} dr$$

$$A = \pi r^2$$

$$dA = 2\pi r dr$$

$$r^2 + z^2 = u$$

$$2r dr = du$$

$$\vec{E}_{\text{plano}} = K z \pi \sigma \int_0^R u^{-3/2} du$$

$$\vec{E}_{\text{plano}} = K z \pi \sigma \left[-2(r^2 + z^2)^{-1/2} \right]_0^R$$

$$\vec{E}_{\text{plano}} = 2K\pi\sigma \left[-\frac{z}{(r^2 + z^2)^{1/2}} + \frac{z}{\sqrt{z^2}} \right]$$

$R \rightarrow \infty, = 0$

$$\vec{E}_{\text{plano}} = 2K\pi\sigma$$

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$\vec{E}_{\text{plano}} = \frac{2\pi\sigma}{2\pi\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E}_{\text{ eje del disco}} = \int_0^R \frac{K \sigma z}{(z^2 + r^2)^{3/2}} 2\pi r dr \hat{K}$$

$$\vec{E}_{\text{ eje del disco}} = K \sigma z \pi \int_0^R \frac{2r}{(z^2 + r^2)^{3/2}} dr \hat{K}$$

$$r^2 + z^2 = u$$

$$2r dr = du$$

$$\vec{E}_{\text{ eje del disco}} = K \sigma z \pi \int_0^R u^{-3/2} du$$

$$\vec{E}_{\text{del disco}} = 2K\sigma\pi \left[-1 - \frac{z}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \right] \hat{K}$$

$$\vec{E} = \frac{2\sigma\pi}{2K\pi\epsilon_0} \left[1 - \frac{z}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \right] \hat{K}$$

$$\vec{E}_{\text{del disco}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[1 - \frac{z}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \right] \hat{K}$$

$$\vec{E}_z = \vec{E}_{\text{plano}} - \vec{E}_{\text{del disco}}$$

$$\vec{E}_z = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{K} - \left[\frac{\sigma}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma z}{2\epsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}} \right] \hat{K}$$

$$\vec{E}_z = \frac{\sigma z}{2\epsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}} \hat{K} \quad \checkmark$$

⑥ $\lambda = \lambda_0$; $\lambda_0 > 0$

$$d\vec{F} = \vec{E} dq$$

$$dq = \lambda_0 dl = \lambda_0 dz$$

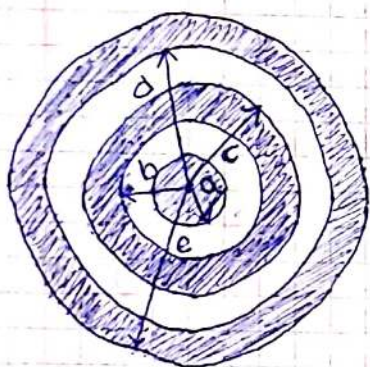
$$\int d\vec{F} = \int_d^{d+a} \frac{\sigma z}{2\epsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}} \lambda_0 dz$$

$$\vec{F} = \frac{\sigma d_0}{2\epsilon_0} \left(\sqrt{z^2 + R^2} \right) \Big|_d^{d+a}$$

$$\vec{F} = \frac{\sigma d_0}{2\epsilon_0} \left(\sqrt{(d+a)^2 + R^2} - \sqrt{d^2 + R^2} \right) \hat{k} \quad \checkmark$$

- De que siempre estoré la fuerza que siente en el eje $\hat{k}$, entonces si tenemos un z que este ubicado, la bala se moverá hacia arriba. Además el plano en el eje z genera un campo perpendicular.

②



$r < a$ conductor (Q)

$b < r < c$ conductor $Q_{\text{ext}} = 0$.

$d < r < e$ conductor $(-Q)$

②

$r < a$:

Como es un conductor y por propiedades de conductor el

$$\oint \vec{D}_1 \cdot d\vec{s} = 0 \rightarrow \vec{D}_1 \parallel d\vec{s} \rightarrow \vec{D}_1 = 0$$

como $\vec{D}_1 = \epsilon_0 \vec{E} \rightarrow \boxed{\vec{E}_1 = 0} \quad \checkmark$

$a < r < b$:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0}, \text{ luego como del conductor } r < a \text{ se incluye } Q_{\text{enc}} \text{ en } a < r < b$$

" $+Q$.

NOTA

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\pi \vec{E} \cdot \vec{r}^2 \sin\theta \, d\theta \, d\phi = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$$

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\pi \vec{E} \cdot \vec{r}^2 \sin\theta \, d\theta \, d\phi = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E} \cdot \vec{r}^2 4\pi = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E}_2 = \frac{Q}{4\pi r^2 \epsilon_0} \hat{e}_r$$

$$b < r < c$$

- Lente es un conductor, y por propiedades de conductor, el

$$\vec{E}_3 = 0$$

$$c < r < d$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$$

(planteo la superficie gaussiana dentro del capacitor con radio c y d).

uso la ley de Gauss,

$$Q_{enc} = Q$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$$

$$E 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi r^2 \epsilon_0} \hat{e}_r$$

$$d < r < e$$

la carga $-Q$ ira a su superficie por propiedad de estos materiales.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E} = 0$$

por propiedad de los conductores.

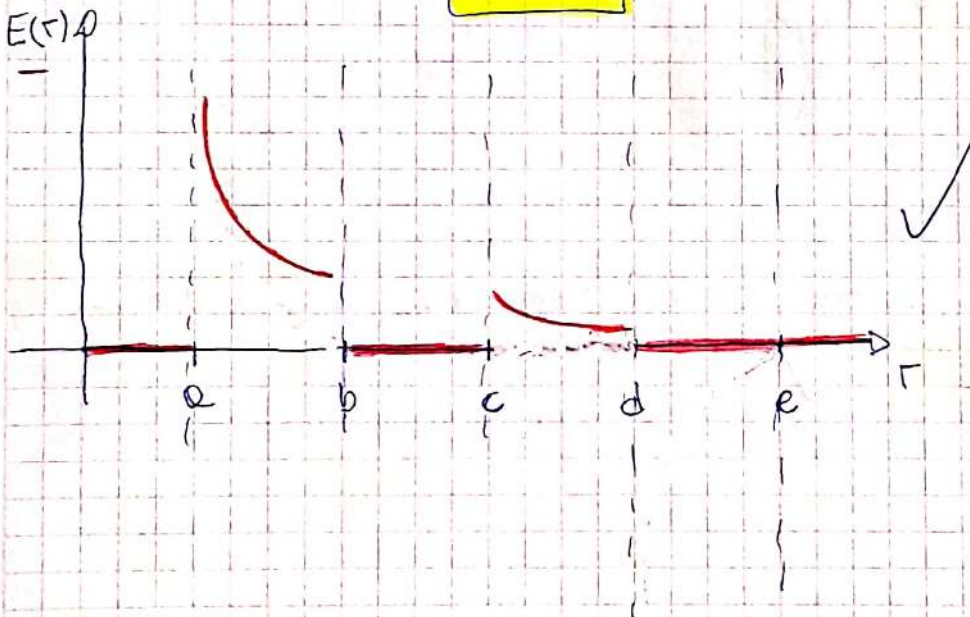
$$r < a \quad d < r < e$$

$$r > e$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$$

$$Q_{enc} = Q - Q = 0$$

$$\vec{E} = 0$$



líneas de campo:



(b)

Como la esfera de $r < a$ es conductora toda la carga se encuentra en la superficie y es uniforme. $\therefore$

$$Q = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{dens.}}}{\sigma_A} \cdot 4\pi a^2 \rightarrow \text{onda de la sup.}$$

$$\sigma_A = \frac{Q}{4\pi a^2} \quad \checkmark$$

Como en el interior de un conductor el $\vec{E} = 0$, la superficie entre $a < r < b$ debe tener la carga opuesta a Q . $\therefore$

$$-Q = \sigma_B \cdot 4\pi b^2$$

$$\sigma_B = \frac{-Q}{4\pi b^2} \quad \checkmark$$

En la superficie $b < r < c$, por la inducción de la carga opuesta a "b". $\therefore$

$$Q = \sigma_C \cdot 4\pi c^2$$

$$\sigma_C = \frac{Q}{4\pi c^2} \quad \checkmark$$

Pero lo mismo que en la superficie entre $a < r < b$, debe tener la carga opuesta a $Q \rightarrow -Q$ para la superficie de $c < r < d$.

$$-Q = \sigma_D \cdot 4\pi d^2$$

$$\sigma_D = \frac{-Q}{4\pi d^2} \quad \checkmark$$

NOTA

- Como la superficie de $c < r < d$ posee un cargo $-Q$, se le va a inducir un cargo opuesto que es Q , pero como la superficie $d < r < e$, ya tiene un cargo $-Q$, la densidad $\rightarrow$

$$\sigma_e = 0 \quad \checkmark$$

- (c) si se conecta al conductor $b < r < c$ un $V = 0$.
Cargas inducidas en la sup de conductores:

$$r < a \rightarrow +Q$$

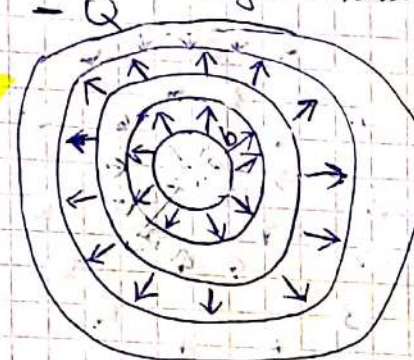
$$b < r < c \rightarrow -Q$$

$$d < r < e \rightarrow -Q$$

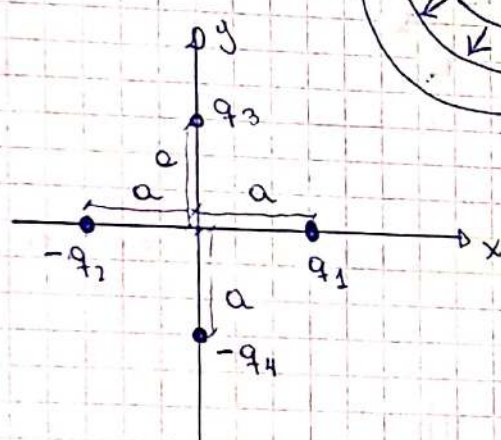
$Q_{\text{ext}} = Q_{\text{int}} + q_{\text{ext}} = 0$
 $Q - Q$
 $\rightarrow$ notamos que los cargos exteriores son positivos y los interiores son negativos por inducción.

$$\sigma_{\text{int}} = \frac{Q}{4\pi r^2}$$

$$\sigma_{\text{ext}} = 0$$



3



Intensidad de carga = q .

- (2) Princ. de superposición:

$$\vec{E}(0,0) = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4$$

$$\vec{E}_1 = \frac{K q_1}{a^2} (-\hat{i}) \quad \vec{E}_3 = \frac{K q_3}{a^2} (-\hat{j})$$

$$\vec{E}_2 = \frac{K (-q_2)}{a^2} (\hat{i}) \quad \vec{E}_4 = \frac{K (-q_4)}{a^2} (\hat{j})$$

$$\vec{E}(0,0) = \frac{K q_1}{a^2} (-\hat{i}) + \frac{K(-q_2)}{a^2} (\hat{i}) + \frac{K q_3}{a^2} (-\hat{j}) + \frac{K q_4}{a^2} (-\hat{j})$$

solución $\rightarrow q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = q$

$$\vec{E}(0,0) = \frac{2Kq}{a^2} (-\hat{i}) + \frac{2Kq}{a^2} (-\hat{j}) \quad \checkmark$$

$$(b) \quad U_{12} = \frac{K q_1 q_2}{|r_{12}|} = \frac{-Kq^2}{2a} \quad U_{23} = \frac{K q_2 q_3}{|r_{23}|} = \frac{-Kq^2}{\sqrt{2}a}$$

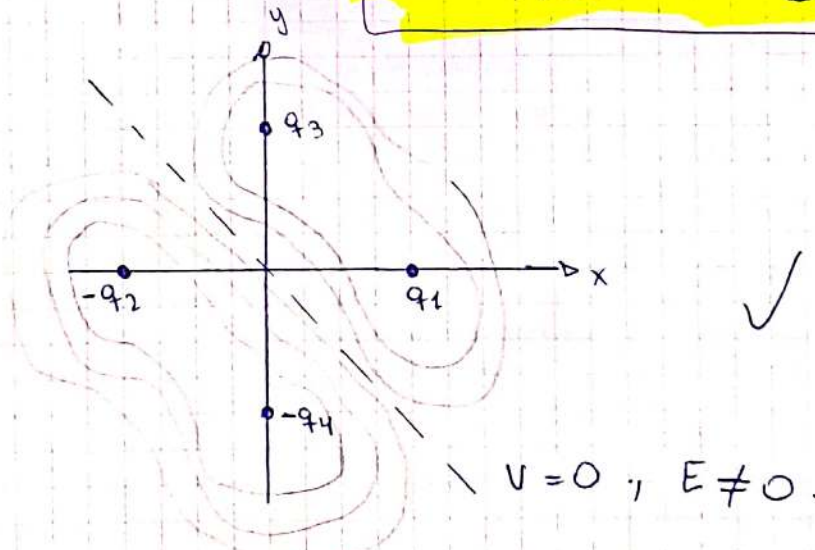
$$U_{13} = \frac{K q_1 q_3}{|r_{13}|} = \frac{Kq^2}{\sqrt{2}a}$$

$$U_{24} = \frac{K q_2 q_4}{|r_{24}|} = \frac{-Kq^2}{\sqrt{2}a} \quad ; \quad U_{34} = \frac{-Kq^2}{2a}$$

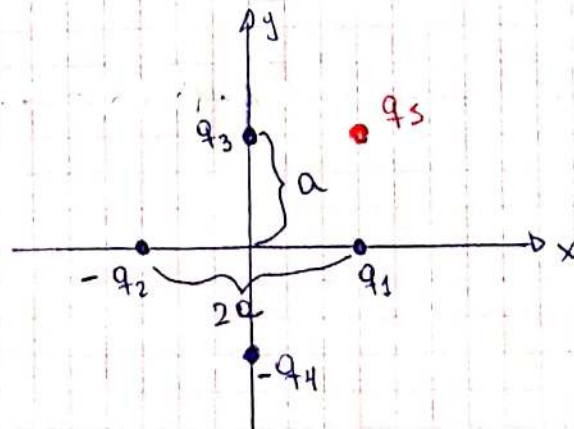
$$U_{14} = \frac{K q_1 q_4}{|r_{14}|} = \frac{-Kq^2}{\sqrt{2}a}$$

$$U_{\text{TOTAL}} = \frac{-2Kq^2}{2a} = -\frac{Kq^2}{a}$$

(c)



(d)



• Es potencial por la carga que quiero traer:

$$U = q_5 \cdot \frac{K q_1}{a} + q_5 \cdot \frac{K q_2}{(a^2 + (2a)^2)^{1/2}} + q_5 \cdot \frac{K q_3}{a^2} + q_5 \cdot \frac{K q_4}{(a^2 + (2a)^2)^{1/2}}$$

$$U = K \left[\frac{q^2}{a} + \left(-\frac{q^2}{\sqrt{5}a} \right) + \frac{q^2}{a^2} - \frac{q^2}{\sqrt{5}a} \right] =$$

$$U = K \frac{q^2}{a} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{1}{a} - \frac{1}{\sqrt{5}} \right] = \boxed{K \frac{q^2}{a} \left[1 + \frac{1}{a} - \frac{2}{\sqrt{5}} \right]}$$

✓