T1

Departamento de Cs. e Ingeniería de la Computación
Universidad Nacional del Sur

LENGUAJES FORMALES Y AUTÓMATAS

1º Parcial – 8/10/2018

Apellido y Nombre: . . . . . .
Email: . . . . . LU:. . . . . .

Cantidad de Hojas entregadas (sin enunciado): . . . . . .

Resolver los ejercicios en hojas SEPARADAS – poner NOMBRE y LU en todas las hojas

Ejercicio 1: Lógica

a) Use la lógica proposicional para probar que el siguiente argumento es válido.

Si mi cliente es culpable, entonces el cuchillo estaba en el cajón. O bien el cuchillo no estaba el cajón o Jason vió el cuchillo. Si el cuchillo no estaba allí el 10 de enero, podemos concluir que Jason no vió el cuchillo. Es más, si el cuchillo estaba allí el 10 de enero, entonces el cuchillo estaba en el cajón y también el martillo estaba en el galpón. Pero todos sabemos que el martillo no estaba en el galpón. Por lo tanto, señoras y señores del jurado, mi cliente es inocente.

Para ello deberá

- utilizar notación simbólica para representar el argumento. Esto es, elija letras proposicionales adecuadas para representar las proposiciones que conforman el argumento. Establezca claramente qué proposición representa cada letra proposicional. Por ejemplo: podemos usar la letra proposicional c para representar la proposición "mi cliente es culpable". Así entonces, ¬c representará la proposición "mi cliente no es culpable".
- expresar el argumento completo simbólicamente (esto es, dar una fbf que utilizando las letras proposicionales elegidas represente el argumento dado) y hacer una prueba para verificar que dicho argumento es válido. Podrá realizar una prueba condicional (directa) o una prueba indirecta , pero deberá aclarar qué prueba decide realizar. Además deberá justificar claramente cada paso de su prueba (las hipótesis, las reglas de inferencia o conversiones utilizadas, etc).

b) María vive con su hermana. Todas las tardes se queda en su casa a estudiar, y a veces se toma un "recreo" para descansar un rato dependiendo si tiene tiempo o no; o si llega alguien de visita y está sola o con su hermana. María siempre procede de la siguiente manera:
Si llega visita y está sola en la casa (esto es; no está su hermana), siempre se toma un recreo para recibir a la visita. Si no está sola, pero igualmente tiene tiempo aprovecha la situación y se toma un recreo para estar con la visita.
Solamente cuando no tiene tiempo y sabe que está su hermana para recibir a la visita, opta por no tomarse un recreo y seguir estudiando.
En las demás ocasiones, siempre que tenga tiempo se tomará un recreo durante su tarde de estudio, caso contrario no lo hará.

Describa -a través de una tabla de verdad- una función booleana "*se toma un recreo*" que modele la situación descripta. ¿Cuántos argumentos tiene esta función? ¿Qué representan cada uno de estos argumentos? Encuentre una fbf equivalente a esa función booleana.
Explique cómo obtiene esa fbf y por qué puede decir que es equivalente a la función en cuestión.

Ejercicio 2: Conjuntos

a) Probar o refutar las siguientes propiedades sobre conjuntos

1. $(A-C)\cap(A-B)=A-(B\cup C)$
2. $Si\ A-(B\cap C)=A\ entonces\ A\cap C=\varnothing$
3. $(A-B)\cap(B-A)=\varnothing$

b) Dados los conjuntos A={a,b,c} y B={c,d} mostrar

i) $\wp$(A) ii) $\wp$(B) iii) $\wp$(B)$\cap\wp$(A) iv) $\wp$(A)$\cup\wp$(B)

c) Dado el conjunto S = {a,b,c,d,e} y las relaciones binarias definidas sobre S

R1= {} R2={(x,x): x ∈ S} R3={(a,b),(c,b), (e,e), (d,d)}

Mostrar los grafos correspondientes a la siguientes relaciones

s(t(R3)); t(s(R3)); r(R2); R2∩R3; s(R1);

Ejercicio 3 Relaciones de orden

Considere el conjunto D = {x: x es un natural divisor de 30}, y considere la relación

R = { (x,y): x divide a y, con $x, y \in D$ }

a) Probar que R es una relación de orden parcial, dar el diagrama de Hasse y una matriz de adyacencia para R, *indicar cuáles son los elementos maximales y minimales de R.*

b) En R indicar, si existen, cuál es el supremo y el ínfimo de los siguientes pares de elementos
   i) 2 y 10 ii) 5 y 6 iii) 6 y 15

c) Considere la relación R_1=(R–{(x,30): $x \in D$})–{(x,15): $x \in D$}, dar un grafo que represente la relación R_1. Justificar si R_1 es reticulado o no.

Ejercicio 4 Relaciones de equivalencia

a) Considere la siguiente relación binaria R definida sobre los enteros

R= {(x,y): x-y es múltiplo de 4}

Mostrar que R es un relación de equivalencia.

b) Considere S={1,2,3,4,5,6,7,8,9} y la relación binaria definida sobre S,

Q={(x,y): x-y es múltiplo de 4}.

Mostrar cuáles son las particiones de S que se inducen a partir de la relación Q.

Ejercicio 5 Lenguajes

Considere los siguientes lenguajes definidos sobre el alfabeto Σ = {a,b,c}

L1 = {w:$w \in$ {a,b}* tal que la longitud de w es par}

L2 = {w:$w \in$ Σ* tal que la cantidad de a's en w es par}

L3 = L (G) donde G es la gramática definida como G = <Vn, Vt, S,P>, con Vn={S,B}, Vt={a,b,c} y P el conjunto de producciones: $S \rightarrow aaB \mid aa$

$B \rightarrow a \mid b \mid c \mid aB \mid bB \mid cB$

L4 = {a,c}*.{b,c}*

a) describir el lenguaje resultante de intersectar L1 y L2.

b) describir el lenguaje L3. La gramática G no es regular. Modificar las reglas de producción de G para obtener una gramática que sí sea regular y genere el mismo lenguaje.

c) describir el lenguaje resultante de intersectar L1 y L4