Question **1**

Correct

Mark 2.00 out of 2.00

Sean, $\alpha>0,\ \beta>0, \gamma>0$ y la matriz $A=LDL^T$ con

$$L=\begin{pmatrix}1&0&0\\-2&1&0\\2&-3&1\end{pmatrix};\qquad D=\begin{pmatrix}\alpha&0&0\\0&\beta&0\\0&0&\gamma\end{pmatrix}$$

Indique todas las afirmaciones que sean correctas.

Select one or more:

- [ ] Los elementos de D son los autovalores de A.
- [x] Los elementos de la diagonal de A son positivos.✔
- [ ] A es definida positiva y la descomposición de Cholesky es $A=M\,M^T$, con $M=\begin{pmatrix}\alpha&0&0\\-2\alpha&\beta&0\\2\alpha&-3\alpha&\gamma\end{pmatrix}$
- [ ] No puede garantizarse que A sea definida positiva.
- [x] A es definida positiva y la descomposición de Cholesky es $A=M\,M^T$, con $M=\begin{pmatrix}\sqrt{\alpha}&0&0\\-2\sqrt{\alpha}&\sqrt{\beta}&0\\2\sqrt{\alpha}&-3\sqrt{\beta}&\sqrt{\gamma}\end{pmatrix}$
- [ ] A es definida positiva y la descomposición de Cholesky es $A=M\,M^T$, con $M=\begin{pmatrix}\sqrt{\alpha}&0&0\\-2\sqrt{\beta}&\sqrt{\beta}&0\\2\sqrt{\gamma}&-3\sqrt{\gamma}&\sqrt{\gamma}\end{pmatrix}$

Respuesta correcta

The correct answers are: A es definida positiva y la descomposición de Cholesky es $A=M\,M^T$, con $M=\begin{pmatrix}\sqrt{\alpha}&0&0\\-2\sqrt{\alpha}&\sqrt{\beta}&0\\2\sqrt{\alpha}&-3\sqrt{\beta}&\sqrt{\gamma}\end{pmatrix}$, Los elementos de la diagonal de A son positivos.

Question **2**

Complete

Mark 6.00 out of 6.00

Sea $A \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ tal que

$$A^T A = \begin{pmatrix} 153 & -96 \\ -96 & 97 \end{pmatrix}$$

1. ¿Cuáles son los valores singulares de A?
2. Halle $||A||_2$ y el número de condición de A en norma 2.
3. Halle una matriz V de alguna descomposición en valores singulares de $A = USV^T$.

En hoja

Comment:

Question **3**

Complete

Mark 6.00 out of 6.00

Consideremos para este problema los datos de la siguiente tabla:

t	0	2	3
$f(t)$	1	1	4

.

a) Escribir a partir de los mismos las ecuaciones asociadas al ajuste mediante el modelo lineal $\mathbf{g(t)=c_0+c_1t}$ en el sentido de los cuadrados mínimos.

b) Obtener c_0 y c_1 usando la factorización QR tal que la diagonal de R tenga todas entradas positivas, mostrando cada paso. ¿Qu‹ se puede decir sobre c_0 y c_1?

c) Graficar los datos originales y la función lineal obtenida.

Comment:

a) muy bien

b) muy bien

c) muy bien

Question **4**

Correct

Mark 3.00 out of 3.00

Dados la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ y el vector $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, considere el problema de minimizar la norma 2 del residu

$r = Ax - b$ Para ello, aplique el **algoritmo de Gram-Schmidt** a la matriz ampliada $B = \begin{pmatrix} A & b \end{pmatrix}$ y halle la factorización QR de B (recordemos que la diagonal de R tiene sólo entradas positivas). Las matrices obtenidas son

Q=

0.577350269189626 ✔	0.617213399848368 ✔	-0.390360029179413 ✔
0.577350269189626 ✔	-0.771516749810459 ✔	-0.195180014589707 ✔
0 ✔	0 ✔	-0.683130051063973 ✔
0.577350269189626 ✔	0.154303349962092 ✔	0.585540043769120 ✔

R=

1.732050807568877 ✔	-0.577350269189626 ✔	1.732050807568878 ✔
0 ✔	2.160246899469287 ✔	0.925820099772552 ✔
0 ✔	0 ✔	1.463850109422800 ✔

Además, el vector x que minimiza $\|r\|_2$ es $x = ($ 1.142857142857143 ✔ 0.428571428571429 ✔ $)$, y el val

mínimo de $\|r\|_2$ es 1.463850109422800 ✔

Question **5**

Partially correct

Mark 1.50 out of 2.00

Considere resolver una ecuación no lineal $f(x) = 0$ con el método de bisección. Asumiendo que se cumplen las condiciones para aplicar dicho método a f(x) en el intervalo inicial [a,b], indique todas las afirmaciones que sean correctas.

Select one or more:

- [ ] El método siempre converge.
- [x] En cada iteración, uno de los intervalos que se genera contiene al menos una raíz de f.✔
- [ ] El número de iteraciones requeridas para aproximar a una raíz con cierta exactitud no depende del tamaño del intervalo inicial [a,b].
- [x] Cuando el método converge, podemos asegurar convergencia lineal.✔
- [ ] En cada iteración, uno de los intervalos que se genera contiene una única raíz de f.
- [x] Dado [a,b], es posible predecir el número de iteraciones requeridas para aproximar a una raíz con cierta exactitud sin necesidad de ejecutar el algoritmo.
- [ ] En cada iteración, uno de los intervalos que se genera no contiene ninguna raíz de f.

Respuesta parcialmente correcta.

You have correctly selected 3.
The correct answers are: En cada iteración, uno de los intervalos que se genera contiene al menos una raíz de f., Dado [a,b], es posib predecir el número de iteraciones requeridas para aproximar a una raíz con cierta exactitud sin necesidad de ejecutar el algoritmo., El método siempre converge.,

Question **6**

Correct

Mark 3.00 out of 3.00

Considere la función $f(x)=x^3-2x-5$ en el intervalo $[2,3]$. Si se busca hallar una raíz de $f(x)$ en dicho intervalo, indique las condiciones que deben cumplirse para que pueda aplicarse el método de regula falsi.

- [x] $f(2)*f(3)<0.$ ✔
- [ ] $f(2)*f(3)>0.$
- [x] $f(x)$ es continua en [2, 3]. ✔
- [ ] $f'(x)$ es continua en [2, 3].
- [ ] $f'(x)$ no se anula en [2, 3].

Mark 2.00 out of 2.00

The correct answer is:

- $f(2)*f(3)<0.$
- $f(x)$ es continua en [2, 3].

Indique el valor de las dos primeras iteraciones del método de regula falsi:

$x_1=$ 2.05882352 ✔

$x_2=$ 2.08126365 ✔

Una aproximación para el error absoluto en x_1 es 0.02244013 ✔

Question **7**

Partially correct

Mark 0.38 out of 1.50

Considere resolver la ecuación no lineal $f(x)=x^3-9x^2+24x-20=0$ utilizando el método de Newto

e iniciando con $x_0=1.5$.

Si detiene el proceso cuando $|x_{k+1}-x_k|\leq 0.003$, entonces el valor estimado de la raíz, expresado usando redondeo aritmético a cinco dígitos significativos, es ...

Answer: 3.0027 ✖

The correct answer is: 1.9977

Question **8**

Complete

Mark 3.83 out of 4.50

Considere la ecuación no lineal $e^{2x}(x-3)^2=0$.

a) Haga las cuentas para obtener las dos primeras iteraciones del método de Newton comenzando con $x_0=4$, mostrando cada paso.

b) Si el método converge a la solución $x_*=3$, ¿qué velocidad de convergencia se espera? Justifique.

c) Realice los cálculos en Octave necesarios para corroborar lo afirmado en **b)**, mostrando cada paso.

d) ¿Se puede obtener una velocidad de convergencia superior? Justifique.

e) Si otra sucesión de iteraciones converge a la solución $x_*=3$ y las últimas son:

$x_{k-4}=3.13521$, $x_{k-3}=3.067605$, $x_{k-2}=3.01690125$, $x_{k-1}=3.002816875$, $x_k=3.00035210938$,

¿qué velocidad de convergencia se observa? Justifique.