EJERCICIOS SISTEMA DE COLA (M/M/K)

1. Considere una línea de espera con dos canales con llegadas de poisson y tiempos de servicio exponenciales. La tasa media de llegada es de 14 unidades por hora, y la tasa media de servicio es de 10 unidades por hora para cada canal.

a. ¿Cuál es la probabilidad de que no haya unidades en el sistema?
b. ¿Cuál es la cantidad de unidades promedio en el sistema?
c. ¿Cuál es el tiempo promedio que espera una unidad por servicio?
d. ¿Cuál es el tiempo promedio que una unidad esta en el sistema?
e. ¿Cuál es la probabilidad de tener que esperar por el servicio?

λ = 14 unidades/hora
µ = 10 unidades/hora
k = 2

Solución:

a)

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{k-1} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} + \frac{(\lambda/\mu)^k}{k!}\left(\frac{k\mu}{(k\mu-\lambda)}\right)}$$

$$P_0 = \frac{1}{\frac{(14/10)^0}{0!} + \frac{(14/10)^1}{1!} + \frac{(14/10)^2}{2!}\left(\frac{2(10)}{(2(10)-14)}\right)}$$

$$P_0 = 0{,}1764$$

b)

$$L_q = \frac{(\lambda/\mu)^k \mu\lambda}{(k-1)!\,(k\mu-\lambda)^{\,2}} P_0$$

$$L_q = \frac{(14/10)^2(10)(14)}{(2-1)!\,(2(10)-14)^2}(0{,}1764)$$

$$L_q = 1{,}345$$

c)

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W_q = \frac{1{,}345}{14}$$

$$W_q = 0{,}096\ horas\ (5{,}76\ minutos)$$

d)

$$W_S = W_q + \frac{1}{\mu}$$

$$W_S = 0{,}096 + \frac{1}{10}$$

$$W_S = 0{,}196 horas\ (11{,}76\ minutos)$$

e)

$$P_w = \frac{(\lambda/\mu)^k}{k!}\left(\frac{k\mu}{(k\mu - \lambda)}\right)P_0$$

$$P_w = \frac{(14/10)^2}{2!}\left(\frac{2(10)}{(2(10) - 14)}\right)(0{,}1764)$$

$$P_w = 0{,}5762$$

2. Remítase al problema anterior. Suponga que el sistema se expande a una operación de tres canales.

a. Calcule las características operativas para este sistema de línea de espera.
b. Si la meta de servicio es proporcionar capacidad suficiente de modo que no más de 25% de los clientes tenga que esperar por servicio, ¿es preferible el sistema de dos canales o el de tres canales?

λ = 14 unidades/hora
µ = 10 unidades/hora
k = 3

Solución:

a)

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{k-1} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} + \frac{(\lambda/\mu)^k}{k!}\left(\frac{k\mu}{(k\mu-\lambda)}\right)}$$

$$P_0 = \frac{1}{\frac{(14/10)^0}{0!} + \frac{(14/10)^1}{1!} + \frac{(14/10)^2}{2!} + \frac{(14/10)^3}{3!}\left(\frac{3(10)}{(3(10)-14)}\right)}$$

$$P_0 = 0{,}2359$$

$$L_q = \frac{(\lambda/\mu)^k \mu\lambda}{(k-1)!\,(k\mu-\lambda)^2} P_0$$

$$L_q = \frac{(14/10)^3(10)(14)}{(3-1)!\,(3(10)-14)^2}(0{,}2359)$$

$$L_q = 0{,}1769$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W_q = \frac{0{,}1769}{14}$$

$$W_q = 0{,}012 \; horas \; (0{,}758 \; minutos)$$

$$W_S = W_q + \frac{1}{\mu}$$

$$W_S = 0{,}012 + \frac{1}{10}$$

$$W_S = 0{,}112 \; horas \; (6{,}72 \; minutos)$$

$$P_w = \frac{(\lambda/\mu)^k}{k!}\left(\frac{k\mu}{(k\mu-\lambda)}\right) P_0$$

$$P_w = \frac{(14/10)^3}{3!}\left(\frac{3(10)}{(3(10) - 14)}\right)(0{,}2359)$$

$$P_w = 0{,}2022$$

b) Es más preferible el sistema de 3 canales porque se cumple con lo requerido que es tener menos de 25%.