

Poner Nombre y LU en todas las hojas  
 Tiempo: 3 horas

1. ¿Cuántos nodos tiene un árbol binario perfecto de altura  $n$ ? Utilice inducción para probarlo.
2. Sea  $\Sigma = \{0\}$ . Cuál es la cardinalidad de  $\Sigma^*$ . Demostrarlo.
3. Sea  $\Sigma = \{0\}$ . Cuál es la cardinalidad de  $\wp(\Sigma^*)$ . Demostrarlo.

4. Minimizar el siguiente autómata finito:  
 $M = (S, \Sigma, \delta, s_0, F)$       $S = \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5\}$ ,  $\Sigma = \{0, 1\}$ ,  $F = \{s_0, s_2\}$

Estado	0	1
s0	s3	s1
s1	s0	s2
s2	s1	s3
s3	s2	s0
s4	s0	s5
s5	s4	s0

5. Obtener una expresión regular  $R$  para el lenguaje reconocido por el autómata del ejercicio anterior.
6. Obtener una gramática regular  $G$  para el lenguaje reconocido por el autómata del ejercicio anterior.

**Parte 1 (sólo para aquellos que quieran mejorar la nota obtenida previamente):**

7. ¿Qué significa que una fórmula bien formada esté en forma normal disyuntiva completa?
8. Demuestre que la regla de inferencia "Conjunción" preserva la verdad. La misma se define como sigue:  

$$\frac{A, B}{\therefore A \wedge B}$$

**Parte 2 (sólo para aquellos que quieran mejorar la nota obtenida previamente):**

9. Demuestre el siguiente Lema: "Todo conjunto ordenado finito tiene, por lo menos, un elemento máximo".
10. Defina formalmente alfabeto, cadena sobre un alfabeto y lenguaje sobre un alfabeto.