

APELLIDO Y NOMBRE:	NOTA:
CARRERA:	LEG. N:
1.	a) Decidir si cada, W_i es un subespacio de V_i (i) $W_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x - 1 = \frac{y}{2} = z + 2\}$; $V_1 = \mathbb{R}^3$ (ii) $W_2 = \left\{ \begin{pmatrix} a & a+b-c \\ b & c \end{pmatrix} \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R}) \right\}$; $V_2 = M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ b) Hallar los valores de k para los cuales $\{x^3 + kx^2 - x + 2, kx^3 + x^2 + 2k, x\}$, es un conjunto linealmente independiente en $\mathbb{P}_3(\mathbb{R})$. (♡) ¿El conjunto de soluciones de cualquier sistema de m ecuaciones con n incógnitas a coeficientes en $\mathbb{K}$ es subespacio vectorial de $\mathbb{K}^n$?
2.	a) Dado el subespacio $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 3x + 2y - z = 0\}$ de $\mathbb{R}^3$. (I) Dar una base $\mathcal{B}_W$ para W. (II) Dar un conjunto linealmente independiente en W que no sea base de W. (III) Dar un conjunto de generadores de W que no sea base de W. (IV) Extender, si es posible $\mathcal{B}_W$ a una base $\mathcal{B}$ del espacio. b) Sean $B = \{(\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{2}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}), (\frac{2}{\sqrt{12}}, -\frac{2}{\sqrt{12}}, -\frac{2}{\sqrt{12}}), (\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}})\}$ y $B' = \{(1, 1, 0), (0, 1, 1), (1, 1, 1)\}$ bases de $\mathbb{R}^3$, y sean (O, XYZ) y $(O, X'Y'Z')$ los sistemas de coordenadas asociados a $\mathcal{B}$ y $\mathcal{B}'$ respectivamente. (I) Dar las matrices de cambio de base $[\mathcal{B}]_{\mathcal{B}'}$ y $[\mathcal{B}']_{\mathcal{B}}$. (II) Si en (O, XYZ) la ecuación de un plano π es $x - y + 3z - 1 = 0$ hallar su ecuación en el sistema $(O, X'Y'Z')$.
3.	a) Hallar, en caso de ser posible, la matriz en las bases canónicas de una transformación lineal $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, tal que $T((1, 3, 2)) = (-1, 2)$, $T((-1, 1, 2)) = (2, 1)$ y $T((-3, -1, 2)) = (5, 0)$. b) Sea $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ la transformación lineal que a cada punto del espacio le hace corresponder su proyección sobre un plano π en forma paralela a la recta L. ¿El plano y/o la recta deben satisfacer alguna condición? Analizar la existencia de autovalores y autovectores. Hallar, si es posible, $[T]_{\mathcal{B}}$ donde $\mathcal{B}$ es una base de autovectores. (♡) Si $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ es una transformación lineal. ¿El conjunto $N = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : T((x, y)) = 0\}$ es un subespacio de $\mathbb{R}^2$?
4.	a) Hallar el polinomio característico, los autovalores y los autovectores de la transformación lineal $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ dada por $T((x, y)) = (3x + 5y, -x - 3y)$. b) Dar la matriz de la transformación en una base de autovectores. (♡) $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definida por $T((x, y, z)) = (-x + y, y + z, z)$ ¿Es una transformación lineal simétrica?

APELLIDO Y NOMBRE:	NOTA:
CARRERA:	LEG. N:
1.	a) Decidir si cada, W_i es un subespacio de V_i (I) $W_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \frac{x+2}{2} = \frac{y}{2} = z\}; V_1 = \mathbb{R}^3$ (II) $W_2 = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b-a+c & c \end{pmatrix} \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R}) \right\}; V_2 = M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ b) Hallar los valores de k para los cuales el conjunto $\{kx^3 + x^2 - x + 2, x^3 + kx^2 + 2k, x^2\}$ es linealmente independiente en $\mathbb{P}_3(\mathbb{R})$. (♡) ¿El conjunto de soluciones de cualquier sistema de m ecuaciones con n incógnitas a coeficientes en $\mathbb{K}$ es subespacio vectorial de $\mathbb{K}^n$?
2.	a) Dado el subespacio $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x - y - 2z = 0\}$ de $\mathbb{R}^3$. (I) Dar una base $\mathcal{B}_W$ para W. (II) Dar un conjunto linealmente independiente en W que no sea base de W. (III) Dar un conjunto de generadores de W que no sea base de W. (IV) Extender, si es posible $\mathcal{B}_W$ a una base $\mathcal{B}$ del espacio. b) Sean $B = \{(\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{2}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}), (\frac{2}{\sqrt{12}}, -\frac{2}{\sqrt{12}}, -\frac{2}{\sqrt{12}}), (\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}})\}$ y $B' = \{(0, 1, 1), (1, 1, 1), (0, 0, 1)\}$ bases de $\mathbb{R}^3$, y sean (O, XYZ) y $(O, X'Y'Z')$ los sistemas de coordenadas asociados a B y B' respectivamente. (I) Dar las matrices de cambio de base $[\mathcal{B}]_{\mathcal{B}'}$ y $[\mathcal{B}']_{\mathcal{B}}$. (II) Si en (O, XYZ) la ecuación de un plano π es $-3x - y + 2z + 5 = 0$ hallar su ecuación en el sistema $(O, X'Y'Z')$.
3.	a) Hallar, en caso de ser posible, la matriz en las bases canónicas, de una transformación lineal $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, tal que $T((2, 1, 3)) = (-1, 2)$, $T((2, 2, 1)) = (2, 1)$ y $T((0, 1, -2)) = (3, -1)$. b) Sea $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ la transformación lineal que a cada punto del espacio le hace corresponder su simetría respecto a un plano π en forma paralela a la recta L. ¿El plano y/o la recta deben satisfacer alguna condición? Analizar la existencia de autovalores y autovectores. Hallar, si es posible, $[T]_{\mathcal{B}}$ donde $\mathcal{B}$ es una base de autovectores. (♡) Si $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ es una transformación lineal. ¿El conjunto $N = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : T((x, y)) = 0\}$ es un subespacio de $\mathbb{R}^2$?
4.	a) Hallar el polinomio característico, los autovalores y los autovectores de la transformación lineal $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ dada por $T((x, y)) = (2x + 5y, x - 2y)$. b) Dar la matriz de la transformación en una base de autovectores. (♡) Es $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definida por $T((x, y, z)) = (x - y, -y, z + x)$ una transformación lineal diagonalizable?