

PRIMER PARCIAL DE ELEM. DE ÁLG. Y DE GEOM. (27/4/2021)

1. Expresar por comprensión, y usando correctamente la notación que se vio en el curso, los conjuntos que se describen en palabras a continuación.
 - a) A es el conjunto de los números reales que son raíces del polinomio $X^{321} - X^{23} - X^{14}$.
 - b) B es el conjunto de los enteros impares menores que 1000.
2. Sea $A = \{1, 2, 3\}$ y $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$.
 - a) ¿Cuántos elementos tiene $A^2 \times B$?
 - b) ¿Cuántos elementos tiene $\mathcal{P}(A^2 \times B)$?
 - c) Escriba algún elemento de $A^2 \times B$.
 - d) Escriba algún elemento de $\mathcal{P}(A^2 \times B)$.
 - e) ¿Cuántas relaciones binarias entre los elementos de A^2 y los de B existen? Justifique.
3. Sea $A = \{a, b, c, d, e\}$, y sea $R = \{(a, b), (b, c), (c, d), (d, c)\}$ una relación binaria en A . Definir una nueva relación binaria S que sea transitiva, agregando a R la menor cantidad posible de pares ordenados (clausura transitiva).
4. Indicar verdadero o falso, justificando la respuesta con demostración o contraejemplo según corresponda.
 - a) Sea R la relación binaria en \mathbb{N} definida por xRy si y solo si $x \mid y+24$. Entonces R es reflexiva.
 - b) Sea $f: A \rightarrow B$ una función epiyectiva. Entonces la relación de equivalencia asociada a f posee una sola clase de equivalencia.
5. Sea $x \in \mathbb{Q}$, $x > 0$, tal que $\sqrt{2x} \notin \mathbb{Q}$. Probar que $(\sqrt{2} + \sqrt{x})^2 \notin \mathbb{Q}$.
6. Sea I el conjunto de los enteros impares, P el de los enteros pares, y T el de los enteros múltiplos de 3. Indicar si es verdadero o falso que las siguientes son particiones de \mathbb{Z} . Justificar sólo en los casos en que *no* son particiones.
 - a) $\{I \cup P\}$
 - b) $\{I, P\}$
 - c) $\{I \cup P \cup T\}$
 - d) $\{(I \cap P) \cup \mathbb{Z}\}$
 - e) $\{I, P, T\}$
 - f) $\{T \cap I, T \cap P\}$
 - g) $\{\emptyset, I, P\}$
7.
 - a) Sea $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ definida por $f(x) = |x - 2|$, y sea R la relación de equivalencia asociada a f . Escribir las clases de equivalencia y el conjunto cociente.
 - b) Repetir el inciso anterior para $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$ definida por la misma expresión.