Examen Final Análisis Matemático II (23/03/2017)

APELLIDO Y NOMBRES: **L.U.:** NOTA:

1. Sean:
   - W la región sólida de volumen finito en $\mathbb{R}^3$ determinada por las inecuaciones $2z \geq x^2+y^2$, $x^2+y^2+z^2 \leq 24$.
   - S la superficie de W, S_1 la porción de S de ecuación $2z = x^2+y^2$, S_2 la porción de S de ecuación $x^2+y^2+z^2 = 24$.
   - La curva $C = \begin{cases} 2z = x^2+y^2 \\ x^2+y^2+z^2 = 24 \end{cases}$
   - El campo $F(x,y,z) = (3y^2, zy, 2zx)$

   a) Plantear, **si es posible**, las integrales que permiten verificar el teorema de Green para el campo $G(y,z) = (z, 3y^2)$ y la región D obtenida como intersección de W con el plano $x = 0$.

   b) **Utilizando un sistema de coordenadas cilíndricas, plantear, si es posible,** las integrales que permiten verificar:

   i) El teorema de Stokes para el campo F, la curva C y la superficie S_1.

   ii) El teorema de Stokes para el campo F, la curva C y otra superficie adecuada.

   iii) El teorema de Gauss para el campo F y la región W.

2. Sean $f(x,y) = x^2 + xy$, D la región en el primer cuadrante limitada por las curvas $x^2y = 16$, $y + 5x = 21$.

   a) Hallar, si existen, los extremos de $f(x,y)$ en el interior de D.

   b) Utilizando el método de Lagrange, si es posible, hallar los extremos de $f(x,y)$ en la frontera de D. Clasificarlos usando, cuando sea posible, el signo del diferencial segundo.

   c) Hallar, si existen, los extremos absolutos de $f(x,y)$ en la región D. Justificar.

3. Sea $f(x,y) = x^3 + 2xy + y^2$, donde:

$$\begin{cases} u = x^3e^y + xy^3 - 5x \\ v = cos(\pi x) + yx \end{cases}$$

   a) Indicar si en un entorno del punto $P(x,y) = (1,0)$ puede asegurar que el sistema dado define a las variables (x,y) en función de las variables (u,v). Justificar.

   b) Usando, si es posible, un teorema de la función implícita, calcular el valor de las derivadas $\frac{\delta f}{\delta u}$, $\frac{\delta f}{\delta v}$ en el punto P. Enunciar el teorema utilizado.

   c) Calcular la derivada direccional de la función $f(x,y)$ dada en la dirección de un vector $\vec{w}(u,v) = (1,-1)$ en el punto $Q(u,v) = (-4,-1)$. Justificar su procedimiento.

4. Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales:

   a) $y' + \frac{4}{x-1}y = \frac{x+1}{(x-1)^3}$, $y(2) = \frac{5}{3}$

   b) $y'' + y' - 2y = 3e^{2x} + 5x$

NÚMERO DE HOJAS ENTREGADAS: FIRMAR LA ÚLTIMA HOJA.