



ALGORITMOS Y COMPLEJIDAD
Segundo Parcial
2 de junio de 2016

Nombre y apellido: L.U.:

DNI: Cantidad de hojas entregadas (sin enunciado): ...4...

Recuerde: Resolver los ejercicios en hojas separadas y poner nombre y número a todas las hojas.

1. *Árbol de cubrimiento minimal: Algoritmo de Prim*

- Dar el pseudocódigo del algoritmo de Prim asumiendo que se cuenta con una implementación de cola de prioridad.
- Analizar el tiempo de ejecución del algoritmo asumiendo que el grafo se representa mediante listas de adyacencia y la cola de prioridad está implementada con un heap.

2. Una fábrica cuenta con n obreros que llamaremos $o_1, o_2, \dots, o_n$, y durante una jornada laboral existen n tareas a realizar que llamaremos $t_1, t_2, \dots, t_n$.

Se desea asignarle a cada obrero alguna de las n tareas de manera que cada obrero realice exactamente una tarea y no haya más de un obrero realizando la misma tarea.

Esto resultaría muy sencillo si todos los obreros fueran capaces de realizar cualquier tarea, pero éste no es el caso. Para cada obrero contamos con una lista de las tareas que puede realizar.

Por ejemplo, para $n = 3$.

Obrero	Lista de tareas
o_1	$[t_1, t_2]$
o_2	$[t_2, t_3]$
o_3	$[t_2]$

Una asignación válida sería $(o_1, t_1), (o_2, t_3), (o_3, t_2)$.

No sería válida $(o_1, t_2), (o_2, t_3), (o_3, t_2)$ porque hay 2 obreros asignados a la tarea t_2 .

Tampoco sería válida $(o_1, t_2), (o_2, t_1), (o_3, t_3)$ porque el obrero o_2 no es capaz de realizar la tarea t_1 .

- Plantear un algoritmo que dados los n obreros con sus listas de tareas para las que están capacitados, determine si es posible realizar una asignación en la que todas las tareas sean realizadas y no quede ningún obrero ocioso. (Ayuda: Encontrar la relación con el problema de matching en grafos bipartitos visto en la práctica).

- b) Realizar el análisis de tiempo de ejecución del algoritmo. Se pide el tiempo de este algoritmo en particular, **NO** el tiempo de un *Ford-Fulkerson* genérico. Por lo tanto, es necesario analizar la cantidad de búsquedas de caminos de aumento que se realizan en el peor caso. Así como también justificar el tiempo que requiere cada búsqueda de caminos de aumento en la red residual.

3. Análisis amortizado

- a) Describir como implementar una cola utilizando dos pilas de tal manera que las operaciones de inserción y eliminación tengan un costo amortizado de $O(1)$. Dar pseudocódigo.
- b) Mostrar la función potencial utilizada, justificar su elección y realizar el análisis del costo amortizado para las operaciones de inserción y eliminación.

Recorrido en profundidad (DFS)

- a) Probar que en un recorrido en profundidad de grafos no dirigidos nunca se producen arcos hacia adelante o arcos que cruzan. Dicho de otra forma, todo arco del grafo es un arco de la foresta o un arco hacia atrás.
- b) Utilizando el resultado del inciso anterior, demostrar que un grafo no dirigido contiene ciclos si y sólo si en el recorrido en profundidad aparecen arcos hacia atrás.

Firma:.....