

1) Sea B la región de $\mathbb{R}^3$ dada por
 $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x + y + z \leq 1$.

Sea F el campo en $\mathbb{R}^3$ definido por

$$F(x, y, z) = (x, y, z)$$

Verificar y enunciar el teorema de la divergencia de Gauss.

2) Sea S la superficie dada por

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq 0, x \geq 0\}$$

Sea $F(x, y, z)$ el campo en $\mathbb{R}^3$ dado por

$$F(x, y, z) = (-y, x, 0)$$

Enunciar y verificar el teorema de Stokes.

3) Sea $g(u, v) = (u^2, uv, v^2)$

$$g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$$

y sea $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$

$$f(x, y, z) = (xy, yz)$$

Calcular usando la regla de la cadena la derivada $D(f \circ g)$ calculada en (u, v) .

4) Calcular ~~la~~ el área de la superficie de una esfera de radio R .

5) Sea F el campo en $\mathbb{R}^3 - \{\text{eje } z\}$ definido por

$$F(x, y, z) = \left(-\frac{y}{x^2+y^2}, \frac{x}{x^2+y^2}, 0 \right)$$

a) Decir si F es irrotacional

b) Decir si $\mathbb{R}^3 - \{\text{eje } z\}$ es ~~una~~ una región simplemente conexa

c) Decir si F es conservativo

d) ¿Existe una $f: \mathbb{R}^3 - \{\text{eje } z\} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $\nabla f = F$?
justificar todo

6) Sea $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^2 + x y^5}{x^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

a) Decir dónde f es diferenciable

b) Decir dónde f es continua

justificar todo

7) Hallar los máximos y mínimos absolutos de la función $f(x, y) = 2x^2 + y^2$ en la región $R = \{(x, y) \mid x^2 + 2y^2 \leq 1\}$ usando multiplicadores de Lagrange.

8) Dadas las ecuaciones en $\mathbb{R}^5$

$$\begin{cases} x^2 y^5 u^3 v + y w^4 v^2 = 2 \\ xyw^2 v^3 + x^3 u^2 y w^3 = 2 \end{cases}$$

a) Decir si es posible despejar a x, y en función de u, v, w en un entorno de $(1, 1, 1, 1, 1) \in \mathbb{R}^5$

b) Hallar si es posible $\frac{\partial x}{\partial u}(1, 1, 1)$