



Parcial 1

Física II - IC (Universidad Nacional del Sur)



Escanea para abrir en Studocu

PRACTICAR:

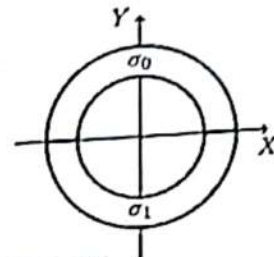
Problemas Modelo

1er Cuatrimestre 2020 - Física II-IC/IS

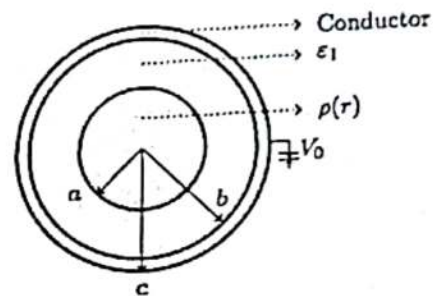
Prof. Dra. M.M. Pincelli

1er Parcial

- Problema 1. Se tiene una arandela de radio interior a y radio exterior b , cargada con dos densidades superficiales diferentes $\sigma_0 = \sigma_A \cos \phi$ para la región $y > 0$ y $\sigma_1 = \text{constante}$ para $y < 0$, siendo $\sigma_1 > 0$. Calcule:
- La carga total de la arandela.
 - El vector campo eléctrico en el punto central de la arandela (P).

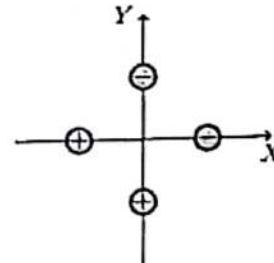


Problema 2. Una esfera de radio a con una densidad de carga dada por $\rho(r) = \frac{Q}{\pi a^2}$ está en el centro de un cascarón metálico esférico de radio interno b y radio externo c . Entre la esfera y el cascarón metálico hay un dieléctrico cuya permitividad es ϵ_1 , y el cascarón se encuentra a un potencial $V_0 > 0$.



- Calcule y grafique la intensidad del campo eléctrico para todo valor de r .
- Calcule y grafique la variación del potencial eléctrico para todo valor de r , indicando claramente en el eje de las abscisas los valores del potencial en $r = a, b$ y c .
- Indique el valor de las densidades superficiales de carga del cascarón.
- Calcule el valor de las densidades de carga de polarización en el material dieléctrico.
- Indique que valor debería tomar el potencial V_0 para que el cascarón metálico tuviera una carga neta nula.

Problema 3. Se tienen cuatro cargas en los vértices de un cuadrado cuya diagonal mide 20 cm , según ilustra la figura. Los valores de todas las cargas son $+10 \text{ nC}$ o -10 nC .



- ¿Cuánto vale la fuerza sobre una carga de 20 nC situada en el origen?
 - ¿Cuál es el trabajo que hay que realizar para llevar una carga de 20 nC desde el infinito hasta al origen de coordenadas? Interprete este resultado.
- Nota: considere $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N/C}^2 \text{ m}^2$

Problema 4. Sean dos esferas conductoras A y B de radios $R_A = 30 \text{ cm}$ y $R_B = 20 \text{ cm}$ respectivamente, que están suficientemente alejadas entre sí tal que no se afectan electrostáticamente. La esfera A está cargada tal que en su superficie el potencial es de $V_{iA} = 600 \text{ kV}$ y la esfera B está a un potencial $V_{iB} = 0$. Si se las pone en contacto a través de un hilo conductor indique:

- La carga inicial de cada esfera.
- La carga final de cada esfera.
- Suponiendo el medio que rodea las esferas es aire, ¿podría la esfera B retener la carga calculada en (b)? Justifique su respuesta. Nota: la ruptura dieléctrica del aire es $3 \times 10^6 \text{ V/m}$

Escaneado con CamScanner

1er Parcial del 1er cuatrimestre de Física II 2020:

Problema n°1:

$$a < r < b, \quad \sigma_0 = \sigma_A \cos \phi \quad y > 0$$

$$\sigma_1 = \sigma_A \quad y < 0, \quad \sigma_1 > 0$$

2) Carga total de la corcoba:

$$\sigma = \frac{dQ}{ds} \rightarrow \int \sigma ds = \int dQ$$

$$Q_{\text{total}} = \int_0^{\pi} \int_a^b \sigma_A \cos \phi \, r \, dr \, d\phi + \int_{-\pi}^{2\pi} \int_a^b \sigma_1 \, r \, dr \, d\phi$$

$$Q_{\text{total}} = \int_0^{\pi} \sigma_A \cos \phi \left[\frac{r^2}{2} \right]_a^b d\phi + \int_{-\pi}^{2\pi} \sigma_1 \left[\frac{r^2}{2} \right]_a^b d\phi$$

$$Q_{\text{total}} = \sigma_A \left(\frac{b^2}{2} - \frac{a^2}{2} \right) (-\sin \phi \Big|_0^{\pi}) + \sigma_1 \left(\frac{b^2}{2} - \frac{a^2}{2} \right) (2\pi - \pi) =$$

$$Q_{\text{total}} = \pi \sigma_1 \left(\frac{b^2}{2} - \frac{a^2}{2} \right) \checkmark$$

6) P = centro de la corcoba

$$\begin{cases} \mathbf{r} = (0, 0, 0) \\ \mathbf{r}' = (r \cos \phi, r \sin \phi, 0) \end{cases}$$

$$(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = (-r \cos \phi, -r \sin \phi, 0)$$

$$|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| = \sqrt{r^2 \cos^2 \phi + r^2 \sin^2 \phi} = r$$

NOTA

campo eléctrico desde el centro de la órbita $P = (0,0,0)$.

$$\vec{E} = \int_0^\pi \int_a^b k \frac{\sigma_A \cos \phi}{r^2} \cdot (-r \cos \phi \hat{i}, -r \sin \phi \hat{j}, 0) d\tau d\phi =$$

$$\vec{E}_c = \int_0^\pi \int_a^b -\frac{k \sigma_A \cos^2 \phi}{r} d\tau d\phi = -k \sigma_A \int_0^\pi \int_a^b \frac{\cos^2 \phi}{r} d\tau d\phi$$

$$\vec{E}_c = -k \sigma_A \int_0^\pi \cos^2 \phi \left(\ln(\tau) \Big|_a^b \right) d\phi = -k \sigma_A (\ln(b) - \ln(a)) \int_0^\pi \cos^2 \phi d\phi$$

$$\vec{E}_c = -k \sigma_A \ln\left(\frac{b}{a}\right) \left(\frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{2} \sin(2x) \right) \right) \Big|_0^\pi$$

$$\vec{E}_c = -k \sigma_A \ln\left(\frac{b}{a}\right) \frac{\pi}{2} \Rightarrow \vec{E}_c = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sigma_A \ln\left(\frac{b}{a}\right) \frac{\pi}{2} =$$

$$\boxed{\vec{E}_c = -\frac{\sigma_A}{8\epsilon_0} \ln\left(\frac{b}{a}\right)} \quad \checkmark$$

Problema N°2:

$$r < a \rightarrow \rho(r) = \frac{Q}{2\pi a r^2}$$

$$a < r < b \rightarrow E_1 \text{ (dieléctrico)}.$$

$$b < r < c \rightarrow \text{conductor}.$$

$$r > c \rightarrow \text{potencial } V_0 > 0.$$

②. $r < a$:

$$\rho(r) = \frac{Q}{2\pi a r^2} \quad (\text{densidad de carga}).$$

Como la distribución de carga $\rho(r)$ depende de r , debemos usar un esfera concéntrica, como siguiente mostramos.

$$\oint \vec{D}_1 \cdot d\vec{s} = Q_{\text{libre}} \quad Q_{\text{libre}} = \int \rho \, dV = \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^r \frac{Q}{2\pi a r^2} r^2 \sin\theta \, dr \, d\phi \, d\theta$$

$$D_1 \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\phi = \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^r \frac{Q}{2\pi a} \sin\theta \, dr \, d\phi \, d\theta$$

$$D_1 4\pi r^2 = \frac{\Gamma Q}{a} \int_0^{\pi} \sin\theta \, d\theta = \frac{\Gamma Q}{a} (-\cos\theta \Big|_0^{\pi}) =$$

$$D_1 4\pi r^2 = \frac{2\Gamma Q}{a}$$

$$D_1 = \frac{\frac{2\Gamma Q}{a}}{4\pi r^2} \rightarrow D_1 = \frac{\Gamma Q}{2\pi r^2 a} \rightarrow \boxed{\vec{D}_1 = \frac{Q}{a r^2 \pi} \hat{e}_r}$$

$$\vec{E}_1 = \frac{D_1}{\epsilon_0} \rightarrow \boxed{\vec{E}_1 = \frac{Q}{2\pi \epsilon_0 a r} \hat{e}_r}$$

• $a < r < b$:

ϵ_1 (dieléctrico).

$$\oint \vec{D}_2 \cdot d\vec{s} = Q_{\text{libre}}$$

$$\boxed{D_2 = \frac{Q}{2\pi a r} + \frac{Q_b}{4\pi r^2}}$$

$$D_2 4\pi r^2 = \frac{2\Gamma Q}{a} + Q_b$$

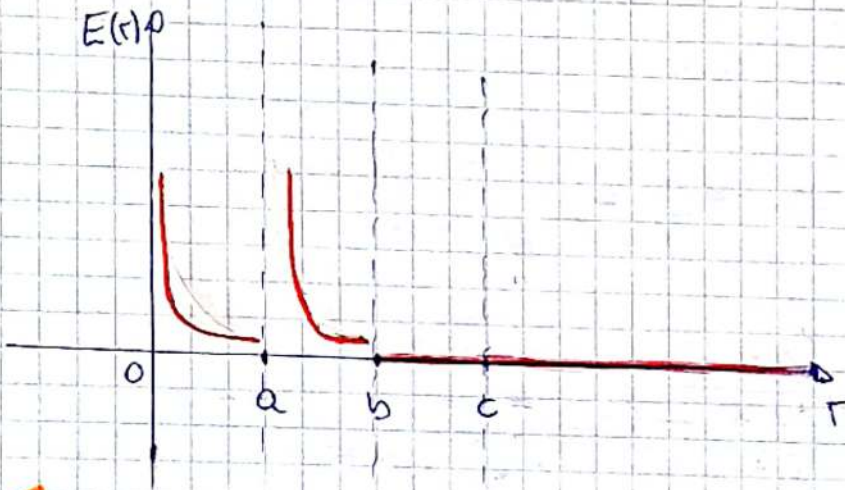
$$\vec{E}_2 = \left(\frac{Q}{2\pi\sigma\tau\epsilon_1} + \frac{Q_B}{4\pi\tau^2\epsilon_1} \right) \hat{e}_r$$

• $b < r < c$:

↳ Por simetrías de conductores el $\vec{E}_3 = 0$, no hay campo eléctrico.

• $r > c$:

↳ El campo eléctrico $\vec{E}_4 = 0$, porque los campos inducidos en la cara externa del conductor se van por la puerta o tierra.



(b)

$$V_4(r) = - \int_{\infty}^r E_4 dr' = 0$$

$$V_3(r) = - \int_{\infty}^c E_4 dr' - \int_c^r E_3 dr' = 0$$

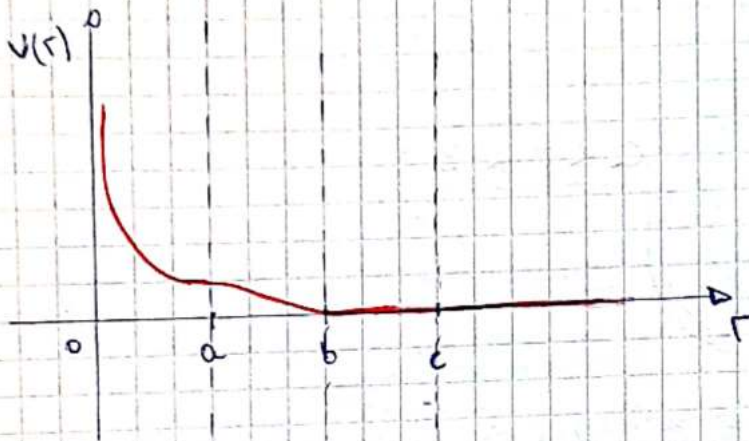
$$V_2(r) = - \int_{\infty}^c E_4 dr' - \int_c^b E_3 dr' - \int_b^r E_2 dr'$$

$$V_2(r) = - \frac{Q}{2\pi\sigma\epsilon_1} \ln\left(\frac{r}{b}\right) - \frac{Q_B}{4\pi\epsilon_1} \cdot \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{b}\right)$$

NOTA

$$V_1(r) = - \int_{\infty}^c E_4 dr' - \int_c^B E_3 dr' - \int_B^A E_2 dr' - \int_A^r E_1 dr'.$$

$$V_1(r) = - \frac{Q}{2\pi\epsilon_0\epsilon_1} \ln\left(\frac{A}{B}\right) - \frac{Q_B}{4\pi\epsilon_0\epsilon_1} \left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B}\right) - \frac{Q}{2\pi\epsilon_0\epsilon_2} \ln\left(\frac{r}{A}\right)$$



- © Como se trata de un conductor el campo eléctrico $E = 0$, luego el desplazamiento será nulo. Según la ley de Gauss generalizada nos indica que la carga libre encerrada es nula también.
- largo de la esfera $r = B$ y la carga inducida en la sup. interna del conductor.

$$Q_{\text{libre}} = \frac{2QB}{A} + Q_B + Q_{\text{inducida interna}} = 0$$

$$Q_{\text{ind int}} = -\frac{2QB}{A} - Q_B$$

Como Q_c es la carga del conductor

$$Q_c = Q_{\text{ind int}} + Q_{\text{ind ext}}$$

$$Q_{\text{ind ext}} = Q_c - Q_{\text{ind int}} = Q_c + \frac{2QB}{A} + Q_B.$$

hago divisiones cada cargo por su superficie correspondiente, pero
cálculo las densidades.

$$\frac{\sigma_{\text{int}}}{\text{int}} = \frac{q_{\text{int}}/\text{int}}{A} = \left/ \frac{-\frac{2QB}{A} - QB}{4\pi B^2} \right/$$

$$\frac{\sigma_{\text{ext}}}{\text{ext}} = \frac{q_{\text{int}}/\text{ext}}{A} = \left/ \frac{Q_C + \frac{2QB}{A} + QB}{4\pi C^2} \right/$$

d

$$Q < r < B :$$

$$\vec{P} = \vec{D} - \epsilon_0 \vec{E}$$

$$\vec{P}_2 = \vec{D}_2 - \epsilon_0 \vec{E}_2$$

$$\vec{P}_2 = \left(\frac{Q}{2\pi a r} + \frac{QB}{4\pi r^2} \right) \left(1 - \frac{1}{K} \right) \hat{e}_r$$

$$\bullet \sigma_{P-} = \vec{P}(-\hat{e}_r) \Big|_{r=A} = \left[- \left(\frac{Q}{2\pi A^2} + \frac{QB}{4\pi A^2} \right) \left(1 - \frac{1}{K} \right) \right]$$

$$\bullet \sigma_{P+} = \vec{P} \hat{e}_r \Big|_{r=B} = \left[\left(\frac{Q}{2\pi a B} + \frac{QB}{4\pi B^2} \right) \left(1 - \frac{1}{K} \right) \right]$$

$$\bullet \rho_P = -\nabla \cdot \vec{P} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 P) = \boxed{0} \checkmark$$