Departamento de Cs. e Ingeniería de la Computación
Universidad Nacional del Sur

Teoría de la Computabilidad

Primer examen parcial - 25 de abril de 2024

Primer Cuatrimestre de 2024

Apellido y Nombres: ....
DNI: .... Cantidad de hojas entregadas (sin enunciado): ....

Preguntas realizadas: | | | | |

Ejercicios (Realizarlos en Hojas Separadas)

1. Demostrar formalmente que $L = \{a^n b^n a^n c^n \mid n \geq 0\}$ no es libre del contexto, utilizando el *"pumping theorem"*.

2. Sea $resta(w, x)$ la función que consiste en quitar de w el prefijo en común entre las dos cadenas $w, x \in \{\text{a,b}\}^*$, definida como: $resta(w, x)$ =r, donde w =**p**·r (**p** concatenado con r), x =**p**·q, con **p**, $q, r \in \{\text{a,b}\}^*$. Por ejemplo: $resta$(**aba**abb,**aba**ba)= abb , $resta$(aba,baba) = aba, $resta$(**abab**,**abab**) = λ y $resta$(**aba**,**aba**ba) = λ .

   a) Especifique brevemente una estrategia en forma de algoritmo para computar, mediante una máquina de Turing **determinista**, la función $resta(w, x)$ para dos cadenas $w, x \in \{\text{a,b}\}^*$ que se encuentran en la cinta w seguido por x a la derecha, separadas por un símbolo "\$" (ver el detalle de las convenciones explicadas en la **Nota** mas abajo). Indique en particular en que porción de la cinta almacenará el resultado.

   b) Especifique una máquina de Turing **determinista** que compute la función $resta(w, x)$ siguiendo la estrategia planteada. Brinde tanto el grafo como la definición formal de los componentes de la M.T., sin necesidad de definir la función δ.

   Nota: Asuma que en la cinta se encuentra la cadena w seguida de x a la derecha, separadas entre si por el símbolo "\$". Un símbolo "#" aparece tanto a izquierda de w como a derecha de x. Puede asumir que el resto de la cinta contiene símbolos "$*$". Considere que la máquina comienza con la cabeza sobre el símbolo "#" de la izquierda. **Al finalizar** la ejecución de la máquina, **la cinta sólo podrá tener dos apariciones del símbolo "#" que delimitan el resultado** de la función. Por ejemplo: si w=**aba**abb y x=**aba**ba entonces la cinta contendrá inicialmente: ... $*$ $*$#**aba**abb\$**aba**ba#$*$ $*$ ... y luego de la ejecución contendrá: ...#abb#...
   Si w=**aba** y x=**aba**ba entonces la cinta contendrá inicialmente: ...$**$#**aba**\$**aba**ba#$**$ ... y luego de la ejecución contendrá: ...##... (representación de la cadena vacía λ)

No se aceptará ninguna otra convención sobre el formato inicial y final de la cinta.

3. Dado el lenguaje $\{a^n b^p c^p d^n \mid n, p \geq 0\}$, obtenga un autómata a pila para reconocerlo. Deberá brindar tanto el grafo como su definición formal, sin necesidad de definir la función δ.

4. Dado el lenguaje $L = \{w1^n w^R \mid |w| = n, n \geq 1\}$ (w^R es el reverso de w, ej. $abb111bba \in L$)

   a) Obtenga una gramática que genere L y especifique todos sus componentes. Numere y explique brevemente el propósito de cada una de las reglas de producción y de los símbolos viajeros de la gramática.

   b) ¿De qué tipo es la gramática obtenida? Justifique.

   c) Muestre una derivación para la cadena '$abb111bba$'. Indique claramente que regla de la gramática obtenida utiliza en cada paso de la derivación.

5. Asuma que se ha demostrado que:

   - $L_1 = \{a^p b^n c^n d^q \mid n, p, q \geq 0\}$ es libre de contexto.
   - $L_2 = \{a^n c^n a^n \mid n \geq 0\}$ **no** es libre de contexto.

   Utilizando las propiedades de clausura, **demuestre** si los siguientes lenguajes son Libres de Contexto o no:

   a) $L_a = \{a^n b^n c^q \mid n, q \geq 0\}$

   b) $L_b = \{a^p b^q c^r \mid p = q$ **ó** $q = r,\ p, q, r \geq 0\}$

   c) $L_c = \{a^n (b + c)^n a^n b^n \mid n \geq 0\}$

   Nota: primero determine intuitivamente si el lenguaje es libre de contexto o no. Luego realice la demostración utilizando las propiedades de clausura y los lenguajes L_1 y L_2. Para demostrar que un lenguaje **no** es L.C. realice una demostración por el absurdo, sin necesidad de utilizar el *"pumping theorem"* dado que ya se asume demostrado que L_2 no es libre de contexto (y por lo tanto no verifica el teorema de pumping).