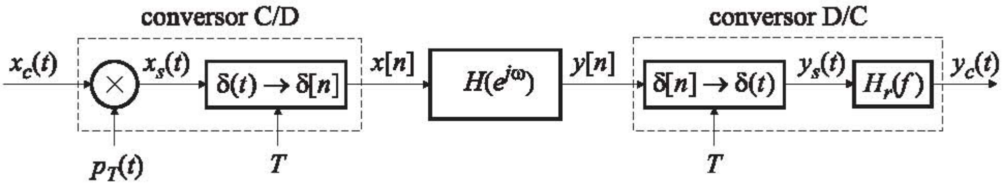
Nombre: ....L.U.: ....

Procesamiento Digital de Señales - Segundo Parcial - 27 de junio de 2012

1. En el sistema discreto de procesamiento de señales de tiempo continuo de la figura, $H(e^{j\omega})$ es un filtro pasaaltos ideal discreto con frecuencia de corte $\omega_c = 0.7\pi$. Si la frecuencia de muestreo del sistema es $f_s = 1/T = 8000$ Hz, y

$$x_c(t) = \mathrm{sen}(2\pi 1000\, t) + 3\cos(2\pi 5000\, t),$$

(*a*) Grafique detalladamente el espectro $X_c(f)$ de $x_c(t)$.
(*b*) Calcule y grafique el espectro $X_s(f)$ de la señal muestreada continua $x_s(t)$.
(*c*) Calcule y grafique el espectro $X(e^{j\omega})$ de la señal discreta $x[n]$.
(*d*) Calcule y grafique el espectro $Y(e^{j\omega})$ de la señal discreta $y[n]$ a la salida del filtro $H(e^{j\omega})$.
(*e*) Calcule y grafique el espectro $Y_s(f)$ de la señal muestreada continua $y_s(t)$.
(*f*) Calcule y grafique el espectro de la señal continua de salida $y_c(t)$. Escriba la expresión analítica de la señal $y_c(t)$.

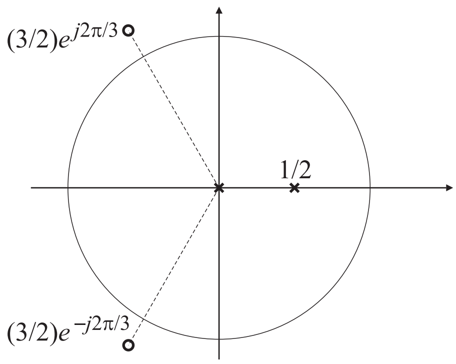


2. Un sistema lineal e invariante en el tiempo tiene la función de sistema:

$$H(z) = \frac{250 + 148z^{-1} - 15z^{-2} - 12z^{-3}}{60(1 - \frac{1}{2}z^{-1})(1 + \frac{4}{5}z^{-1})}$$

(*a*) Dibuje el diagrama de polos y ceros e identifique todas las posibles regiones de convergencia.
(*b*) Obtenga la respuesta impulsiva $h[n]$ para cada caso del inciso anterior.
(*c*) Identifique cuáles de las respuestas impulsivas son:
c.1 causales;
c.2 estables.
Justifique sus respuestas en base a argumentos temporales (usando $h[n]$) y en el dominio transformado (usando $H(z)$).

3. Para el diagrama de polos y ceros de la figura:



(*a*) Calcule la función de sistema $H(z)$ sabiendo que la respuesta en frecuencia tiene ganancia unitaria para $\omega = 0$.
(*b*) Escriba la ecuación a diferencias asociada a $H(z)$.
(*c*) Justifique si el sistema es FIR o IIR.
(*d*) Descomponga el sistema como una conexión cascada de un sistema de fase mínima $H_{\min}(z)$ y un pasatodo $H_{\mathrm{pt}}(z)$.
(*e*) Diseñe un compensador $C(z)$ tal que $|H(z)\times C(z)| = 1$.
(*f*) Descomponga $H(z)$ como la cascada de un sistema de fase mínima $H_{\min}(z)$ y un sistema de fase lineal generalizada $H_{\mathrm{flg}}(z)$.
Nota: este sistema de fase mínima puede ser diferente al de inciso (*c*).
(*g*) Para el sistema de fase lineal generalizada, encuentre la respuesta en frecuencia $H_{\mathrm{flg}}(e^{j\omega})$ y exprésela como $H_{\mathrm{flg}}(e^{j\omega}) = A(\omega)e^{-j(\omega\alpha+\beta)}$, identificando $A(\omega)$, α y β.

4. La señal continua $x_c(t) = A_0\cos(2\pi f_0 t)$, donde $f_0 = 1$ kHz, se muestrea a $F_s = 10$ kHz durante $T_m = 10$ ms, obteniéndose la señal discreta $x[n]$, con $0 \le n \le N$.
(*a*) Calcule N.
(*b*) "Calcule" y grafique el módulo de $X[k]$, la TDF de N puntos de $x[n]$, indicando todos las características relevantes, y justificando sus resultados.

5. Adjuntar los resultados del práctico de Análisis Frecuencial de Señales Sinusoidales Discretas, que será evaluado como el quinto ejercicio de este parcial.

Serie de Fourier (SF)	Transformada de Fourier (TF)	Transf. de Fourier de señales discretas (TFTD)	Transf. Discreta de Fourier (TDF)
$\tilde{x}(t)=\sum_k c_k e^{j\frac{2\pi}{T}kt}$	$x(t)=\int_{-\infty}^{\infty}X(f)e^{j2\pi ft}df$	$x[n]=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}X(e^{j\omega})e^{j\omega n}d\omega$	$x[n]=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}X[k]e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$
$c_k=\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}x(t)e^{-j\frac{2\pi}{T}kt}dt$	$X(f)=\int_{-\infty}^{\infty}x(t)e^{-j2\pi ft}dt$	$X(e^{j\omega})=\sum_n x[n]e^{-j\omega n}$	$X[k]=\sum_{n=0}^{N-1}x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$
Varios	$\sum_{k=0}^{N-1}\rho^k=\frac{1-\rho^N}{1-\rho}$, $\sum_{k=0}^{\infty}\rho^k=\frac{1}{1-\rho}$	$\mathrm{sinc}(x)=\frac{\mathrm{sen}(\pi x)}{\pi x}$	$\sum_{n=0}^{N-1}e^{j\omega n}=e^{-j\frac{N-1}{2}\omega}\frac{\mathrm{sen}(N\omega/2)}{\mathrm{sen}(\omega/2)}$

dominio frecuencial (Ω)		dominio temporal		dominio frecuencial (f)
$X\left(e^{j\omega}\right)=\frac{1}{T_s}\sum_k X_c\left[\frac{1}{T_s}(\omega-2\pi k)\right]$	$\Leftrightarrow$	$x[n]=x_c\left(nT_s\right)$	$\Leftrightarrow$	$X\left(e^{j\omega}\right)=\frac{1}{T_s}\sum_k X_c\left[\frac{f_s}{2\pi}(\omega-2\pi k)\right]$
$Y\left(e^{j\omega}\right)=H\left(e^{j\omega}\right)X\left(e^{j\omega}\right)$	$\Leftrightarrow$	$y[n]=x[n]*h[n]$	$\Leftrightarrow$	$Y\left(e^{j\omega}\right)=H\left(e^{j\omega}\right)X\left(e^{j\omega}\right)$
$Y_s(\Omega)=Y(e^{j\omega})\big\vert_{\substack{\omega=\Omega\frac{2\pi}{\Omega_s}\\=\Omega Ts}}$	$\Leftrightarrow$	$y_s(t)=\sum_n y[n]\delta(t-nT_s)$	$\Leftrightarrow$	$Y_s(f)=Y(e^{j\omega})\big\vert_{\substack{\omega=f\frac{2\pi}{f_s}\\=2\pi fTs}}$
$\begin{aligned}Y_r\left(f\right)&=H_r(\Omega)Y_s\left(\Omega\right)\\&=T_sH\left(e^{j\omega}\right)X\left(e^{j\omega}\right)\big\vert_{\substack{\omega=\Omega\frac{2\pi}{\Omega_s}\\=\Omega Ts}}\end{aligned}$	$\Leftrightarrow$	$y_r(t)=\sum_n y[n]h_r(t-nT_s)$	$\Leftrightarrow$	$\begin{aligned}Y_r\left(f\right)&=H_r(f)Y_s\left(f\right)\\&=T_s\,H\left(e^{j\omega}\right)X\left(e^{j\omega}\right)\big\vert_{\substack{\omega=f\frac{2\pi}{f_s}\\=2\pi fTs}}\end{aligned}$
$H_c\left(\Omega\right)=\begin{cases}H\left(e^{j\omega}\right)\big\vert_{\substack{\omega=\Omega\frac{2\pi}{\Omega_s}\\=\Omega Ts}}, & \text{si } \lvert\Omega\rvert<\frac{\Omega_s}{2}=\frac{\pi}{T_s},\\0, & \text{caso contrario.}\end{cases}$				$H_c\left(f\right)=\begin{cases}H\left(e^{j\omega}\right)\big\vert_{\substack{\omega=f\frac{2\pi}{f_s}\\=2\pi fTs}}, & \text{si } \lvert f\rvert<\frac{f_s}{2}=\frac{1}{2T_s},\\0, & \text{caso contrario.}\end{cases}$

$$z^N=re^{j\theta}\quad\Rightarrow\quad z_k=\sqrt[N]{r}e^{j\frac{\theta+2\pi k}{N}},\ k=0,1,\ldots,N-1$$

Transformada Bilineal:	$s=\frac{2}{T}\frac{(1-z^{-1})}{(1+z^{-1})}$, $z=\frac{(2/T+s)}{(2/T-s)}$, $\omega=2\arctan\left(\pi fT_d\right)$, $f=\frac{1}{\pi T_d}\tan\left(\frac{\omega}{2}\right)$
Invariación al impulso:	$h[n]=T_d\,h_c(t)\big\vert_{t=nT_d}$