Primer Parcial de Análisis Matemático II - (17/05/21)

Apellido y Nombre:..Carrera:................LU:...........

1.- Dada

$$z = f(x,y) = \frac{\sqrt{9-(x-2)^2-y^2}}{x-2}$$

(a) Determine y grafique el dominio de la función.

(b) Halle la ecuación del plano tangente a la gráfica de la función en el punto $(0,1,-1)$.

(c) Detemine una expresión paramétrica de la recta perpendicular a la superficie en el punto $(0,1,-1)$.

(d) Halle la derivada direccional en el punto $(0,1)$ en la dirección del vector $\mathbf{v} = (1,1)$.

2.- **(a)** Dada $z = g(x,y) = \frac{x^2 y}{x^2 - y^2}$.

i) Calcule $\lim_{(x,y)\to(0,0)} g(x,y)$ en las direcciones de $y = mx$ con $m \neq 1$.

ii) Realice $g(x, x + x^3)$ para $x \neq 0$, calcule $\lim_{x\to 0} g(x, x + x^3)$, determine la existencia del límite doble $\lim_{(x,y)\to(0,0)} g(x,y)$.

iii) Si $h(u,v) = (v\,u, v\,u + 2)$ calcule la matrix derivada $D(f \circ h)(1,1)$, usando la regla de la cadena.

(b) Sea $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}(x^2 - y^2) & \text{si} \quad (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{si} \quad (x,y) = (0,0), \end{cases}$

i) Determine la continuidad en $(0,0)$. Justifique.

ii) Calcule $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ y $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)$.

iii) Utilice la definición para determinar si f es diferenciable en $(0,0)$.

3.- **a)**

i) Halle y clasifique el punto crítico de $f(x,y) = x^2/2 + 5y^4/2 - y^2x - y - 2$.

ii) Escriba la definición de extremo local que corresponda en el punto crítico encontrado. Determine el polinomio de Taylor $P_2(x,y)$ (de segundo orden) alrededor del punto crítico.

b) Sea $g(x,y) = a\,x^2 + b\,x\,y + c\,y^2$, con a, b, c no simultáneamente nulos ($\neq 0$).

i) Verifique que $(0,0)$ es un **único** punto crítico si $ab - bc \neq 0$. Determine la mejor aproximación lineal alrededor de $(0,0)$.

ii) Escriba la matriz hessiana $Hg(0,0)$. Indique, usando esta matriz, que tipo de condiciones deben cumplir a, b y c para la existencia de un extremo local en $(0,0)$.