Examen FINAL Análisis Matemático II (02/03/2017)

APELLIDO Y NOMBRES: **L.U.:** NOTA:

1. Sean: W la región sólida de volumen finito en $\mathbb{R}^3$ limitada por las superficies $z = \sqrt{x^2+y^2}$, $z = \sqrt{8-(x^2+y^2)}$, S la superficie de W, la curva $C = \begin{cases} z = \sqrt{x^2+y^2} \\ z = \sqrt{8-(x^2+y^2)} \end{cases}$

   a) **Plantear** las integrales cuyo resultado sea el volumen de la región W en un sistema de **coordenadas esféricas** y en un sistema de **coordenadas cilíndricas**.

   b) **Plantear** las integrales que permiten verificar el teorema de Stokes para el campo $G(x,y,z) = (x-3y, -z, y^2+x)$, la curva C y la superficie $z = \sqrt{x^2+y^2}$. (Indicar en un gráfico la orientación elegida para la curva y el normal exterior para la superficie)

   c) **Plantear** la integral cuyo resultado es el área de la porción de superficie $z = \sqrt{8-(x^2+y^2)}$ que forma parte de S.

   d) **Plantear** las integrales que permiten verificar el teorema de Green para el campo $F(x,z) = (2z, 5x)$ y la región D obtenida como intersección de W con el plano $y = 0$.

2. Sea $f(x,y) = y^2 + 2x^2 - 2y + 5$, en la región $D = (x,y) : x^2+y^2 \leq 16$

   a) Hallar todos los puntos críticos de la función $f(x,y)$ en el interior de la región D y **clasificarlos analíticamente**.

   b) Hallar todos los puntos críticos de la función $f(x,y)$ en la frontera de la región D usando, si es posible, el método de los multiplicadores de Lagrante. **Clasificarlos analíticamente** usando el signo del diferencial segundo.

   c) Explicar la geometría del método de Lagrange y utilizarla, cuando sea posible, en los incisos anteriores.

   d) Hallar, si existen, los extremos absolutos de $f(x,y)$ en D, justificando sus respuestas.

3. **a)** Calcular la derivada direccional de la función $g(x,y) = 3xy^2 + 2x^2 - 5x$, como función de las variables u, v donde $\begin{cases} u = 3x^3y + 5y^2 + 2 \\ v = -4 - 2yx^2 + 3y \end{cases}$ en el punto de coordenadas $P(x,y) = (-1,2)$ y en la dirección del vector $\vec{w}(u,v) = (3,-4)$. (Enunciar el teorema de la función implícita que utiliza).

   b) Hallar una ecuación del plano tangente y de la recta normal en las variables (u,v) a la superficie del inciso anterior en el punto dado. Justificar su existencia.

4. **a)** Plantear la integral del campo $F(x,y,z) = (2xy+z, 1+x^2, x+3)$ desde el punto $A = (2,0,3)$ al punto $B = (1,-1,2)$ a lo largo de segmentos paralelos a los ejes coordenados.

   b) ¿Puede asegurar que la integral del inciso anterior no depende del camino que una el punto A con el punto B? Justificar su respuesta, enunciando el teorema que utiliza.

   c) Si su respuesta en el inciso anterior fue afirmativa, calcular la integral usando el método del teorema que enunció.

NÚMERO DE HOJAS ENTREGADAS: FIRMAR LA ÚLTIMA HOJA.