

Ejercicio 1. Dada la función $f(x) = e^{|x+1|} - 2$

- halle el dominio y los puntos de intersección con los ejes coordenados,
- grafique la función y halle la imagen,
- los intervalos de crecimiento y/o decrecimiento.
- Diga, justificando su respuesta, si f es biyectiva. En caso de ser necesario restrinja el dominio y halle una función inversa donde esta exista.
- Grafique la función o su restricción según corresponda, y su inversa en un mismo sistema de coordenadas.

Ejercicio 2. Para $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ y $g(x) = \frac{2}{x}$ halle, si es posible, $(f \circ g)(x)$ e indique dominio de la composición.

Ejercicio 3.

- a) Calcule los siguientes límites indicando qué propiedades utiliza:

i) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - |x - 1| - 1}{|x - 1|}$

ii) $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin(3t) + 4t}{t \sec t}$

iii) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2x - 4)(3 - x)}{x^2 - 2}$

iv) $\lim_{x \rightarrow \sqrt[3]{5}^+} \frac{x^2}{-5 + x^3}$

- b) Compruebe que $f(x) = \frac{x^2 - 2\sqrt{3}x + 3}{x^2 - 3}$ y $g(x) = x^3 - 3\sqrt{3}x^2 + 9x - 3\sqrt{3}$ son infinitésimos para x tendiendo a $\sqrt{3}$ y compárelos.

Ejercicio 4.

- Demuestre que si $|f(x)| \leq B$ para $0 < |x - a| < r$ y $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ entonces $\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x) = 0$.
- Demuestre que $\lim_{x \rightarrow 0} x^4 \sin^2\left(\frac{1}{x}\right) = 0$.

Ejercicio 5. Grafique una función que cumpla con las siguientes condiciones:

- el dominio es $[-2, 3]$,
- la imagen es $\mathbb{R}$,
- $f(0) = f(2) = 2$,
- $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 2$,
- $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 3$,
- $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$.

Indique los puntos de discontinuidad de f en $[-2, 3]$ y clasifíquelos.

Ejercicio 6. Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} kx^2 - 1 & \text{si } x \leq 3, \\ kx + 1 & \text{si } 3 < x < 4, \\ 4 & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$$

- ¿Para qué valor de $k \in \mathbb{R}$ la función es continua en $x = 3$?
- Usando el valor de k obtenido en a) analice la continuidad de f en $[2, 4]$.

Ejercicio 1. Dada la función $f(x) = e^{-|x-1|} - 1$

- a) halle el dominio y los puntos de intersección con los ejes coordenados,
- b) grafique la función y halle la imagen,
- c) los intervalos de crecimiento y/o decrecimiento.
- d) Diga, justificando su respuesta, si f es biyectiva. En caso de ser necesario restrinja el dominio y halle una función inversa donde esta exista.
- e) Grafique la función o su restricción según corresponda, y su inversa en un mismo sistema de coordenadas.

Ejercicio 2. Para $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ y $g(x) = \frac{2}{x}$ halle, si es posible, $(g \circ f)(x)$ e indique dominio de la composición.

Ejercicio 3.

- a) Calcule los siguientes límites indicando qué propiedades utiliza:

i) $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{|x+1|}{x^2 - |x+1| - 1}$

ii) $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{t \sec 2t}{\sec(2t) - 3t}$

iii) $\lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{(1-t)(2t-3)}{6t^2 + 5t}$

iv) $\lim_{x \rightarrow \sqrt[3]{-5}^-} \frac{x^2}{5 + x^3}$

- b) Compruebe que $f(x) = \frac{x^2 - 2\sqrt{2}x + 2}{x^2 - 2}$ y $g(x) = x^3 - 3\sqrt{2}x^2 + 6x - 2\sqrt{2}$ son infinitésimos para x tendiendo a $\sqrt{2}$ y compárelos.

Ejercicio 4.

- a) Demuestre que si $|f(x)| \leq B$ para $0 < |x - a| < r$ y $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ entonces $\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x) = 0$.
- b) Demuestre que $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cos^2\left(\frac{1}{x} + 1\right) = 0$.

Ejercicio 5. Grafique una función que cumpla con las siguientes condiciones:

- a) el dominio es $[-3, 2]$,
- b) la imagen es $\mathbb{R}$,
- c) $f(-2) = f(1) = 1$,
- d) $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = 2$,
- e) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = 1$,
- f) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$.

Indique los puntos de discontinuidad de f en $[-3, 2]$ y clasifíquelos.

Ejercicio 6. Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} kx + 1 & \text{si } x \leq 2, \\ kx^2 - 1 & \text{si } 2 < x < 3, \\ 4 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

- a) ¿Para qué valor de $k \in \mathbb{R}$ la función es continua en $x = 2$?
- b) Usando el valor de k obtenido en a) analice la continuidad de f en $[1, 3]$.