

1.- (a) Sea C la curva intersección de la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ y el plano $z = 1$, graficar la curva. Sea S_1 la parte de la superficie del plano $z = 1$ que queda dentro de la esfera, y S_2 la superficie que es parte de la esfera y queda por encima del plano $z = 1$.

i) Parametrice S_1 y S_2 , grafique S_1 y S_2 . Plantee el cálculo del área de superficie de S_2 .

ii) Use el teorema de Stokes para calcular $\int_C \mathbf{F} \cdot ds$, con $\mathbf{F}(x, y, z) = (3y, 2z, x)$. Compruebe que se verifican las hipótesis del teorema, deje aclarado las orientaciones consideradas. Ayuda: use S_1 en la integral de superficie.

iii) Explique por qué puedo asegurar que $\int_{S_1} \text{rot}(\mathbf{F}) \cdot dS = \int_{S_2} \text{rot}(\mathbf{F}) \cdot dS$.

(b) Evaluar $\int_{\partial\Omega} \mathbf{F} \cdot dS$ donde $\mathbf{F}(x, y, z) = (x, y, z)$ y Ω es la esfera unitaria. Realizar directamente los cálculos y verificar usando el teorema de Gauss.