

ELEMENTOS DE ÁLGEBRA Y DE GEOMETRÍA	5-06-2015
PRIMER EXAMEN: Unidades 6-7-8-9	Tema I
APELLIDO Y NOMBRE:	NOTA
E-MAIL:	REG. N°:

1.	Dado $w = 2 \cdot \frac{i^5 + 6}{5 - 7i^{23}}$, hallar $Re(w)$, $Im(w)$, $\bar{w}$, $ w $ $Arg(w)$. Hallar las raíces cuartas de w . Graficar.
2.	(a) Determinar k, sabiendo que el resto de dividir $p(x)$ por $q(x)$ es 30. $p(x) = 3x^3 - kx^2 - x + 2$, $q(x) = x + 2$. (b) Hallar $p_1(x)$, el polinomio de grado mínimo a coeficientes complejos, que tiene por raíz doble a $\sqrt[4]{5}$, por raíz simple a i, que es divisible por $(x + 1)$ y tal que $p_1(0) = 25$. Idem para $p_2(x)$ a coeficientes reales, y $p_3(x)$ a coeficientes racionales. (c) Factorizar el polinomio: $10x^6 + 9x^5 + x^4 + 9x^3 - 9x^2$, justificando el procedimiento.
3.	(a) $\begin{cases} x - 2y + 2z = \lambda \\ x - y + (\lambda^2 - 3)z = 2\lambda \\ x - 3y + 3z = \lambda - 2 \end{cases}$ Hallar, si es posible, el valor de λ para el cual el siguiente sistema es compatible determinado, indeterminado ó incompatible: (b) Sabiendo que $A, B, C \in M_3(\mathbb{R})$ y que $A = 2$, $B = -5$ y $C^{-1} = 4$ calcular, si es posible: $(A + B)^T \quad (A \cdot B)^T \quad 2A \cdot C^T \cdot B^{-1}$ (c) Decidir si las siguientes matrices son inversibles, y en caso afirmativo, hallar sus inversas: a) $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 5 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & -3 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$
4.	(a) Sabiendo que A, B y C son puntos de $\mathbb{R}^3$ que satisfacen las condiciones: $d(A, B) = \sqrt{3}$, $d(B, C) = 2$, $\text{ang}(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = \pi/6$, y $\overrightarrow{AB}$ es perpendicular a $\overrightarrow{AC}$, calcular el producto escalar entre los vectores $\vec{v} = 2 \cdot \overrightarrow{AC} + 3 \cdot \overrightarrow{AB}$ y $\vec{w} = 5 \cdot \overrightarrow{CB} + 2 \cdot \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{AB}$. (Se recomienda hacer un dibujito inspirador.) (b) Hallar el área del triángulo de vértices A, B, C, utilizando nociones vectoriales. (c) ¿Se puede construir un triángulo con dos de sus lados en las rectas $L_1 : \frac{x-1}{2} = y = z + 1 \text{ y } L_2 : \begin{cases} x = 2\lambda \\ y = -1 + \lambda \\ z = \lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R}?$
(♥)	(a) Dados el plano $\pi : 2x - y + 3z - 8 = 0$ y la recta $L : \begin{cases} x = 2 + 3\lambda \\ y = -1 + 3\lambda \\ z = -\lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R}$, verificar que son paralelos y hallar la distancia $d(L, \pi)$.

ELEMENTOS DE ÁLGEBRA Y DE GEOMETRÍA	5-06-2015
PRIMER EXAMEN: Unidades 6-7-8-9	Tema II
APELLIDO Y NOMBRE:	NOTA
E-MAIL:	REG. N°:

1.	Dado $w = 3 \cdot \frac{i^7 - 6}{7i^{23} - 5}$, hallar $Re(w)$, $Im(w)$, $\bar{w}$, $ w $ $Arg(w)$. Hallar las raíces cuartas de w . Graficar.
2.	(a) Determinar k, sabiendo que el resto de dividir $p(x)$ por $q(x)$ es 30. $p(x) = -3x^3 - kx^2 + x + 2$, $q(x) = x - 2$. (b) Hallar $p_1(x)$, el polinomio de grado mínimo a coeficientes complejos, que tiene por raíz doble a $\sqrt[4]{3}$, por raíz simple a $-i$, que es divisible por $(x + 2)$ y tal que $p_1(0) = 16$. Idem para $p_2(x)$ a coeficientes reales, y $p_3(x)$ a coeficientes racionales. (c) Factorizar el polinomio: $10x^6 - 9x^5 + x^4 - 9x^3 - 9x^2$, justificando el procedimiento.
3.	(a) $\begin{cases} x - 2y + 3z = \lambda \\ x - y + (\lambda^2 - 7)z = 2\lambda \\ 2x - 5y + 7z = 2\lambda - 3 \end{cases}$ Hallar, si es posible, el valor de λ para el cual el siguiente sistema es compatible determinado, indeterminado ó incompatible: (b) Sabiendo que $A, B, C \in M_3(\mathbb{R})$ y que $A = 3$, $B = -4$ y $C^{-1} = 2$ calcular, si es posible: $(A + B)^T \quad (A \cdot B)^T \quad 2A \cdot C^T \cdot B^{-1}$ (c) Decidir si las siguientes matrices son inversibles, y en caso afirmativo, hallar sus inversas: a) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -3 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$
4.	(a) Sabiendo que A, B y C son puntos de $\mathbb{R}^3$ que satisfacen las condiciones: $d(A, C) = \sqrt{3}$, $d(B, C) = 2$, $ang(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = \pi/6$, y $\overrightarrow{AC}$ es perpendicular a $\overrightarrow{AB}$, calcular el producto escalar entre los vectores $\vec{v} = 2 \cdot \overrightarrow{AB} + 3 \cdot \overrightarrow{AC}$ y $\vec{w} = 5 \cdot \overrightarrow{BC} + 2 \cdot \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{AC}$. (Se recomienda hacer un dibujito inspirador.) (b) Hallar el área del triángulo de vértices A, B, C, utilizando nociones vectoriales. (c) ¿Se puede construir un triángulo con dos de sus lados en las rectas $L_1 : \frac{x-1}{3} = -y = z+1 \text{ y } L_2 : \begin{cases} x = 3\lambda \\ y = 1 - \lambda \\ z = \lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R}?$
(♥)	(a) Dados el plano $\pi : 3x + 3y - z - 8 = 0$ y la recta $L : \begin{cases} x = 2 + 2\lambda \\ y = -1 - \lambda \\ z = 3\lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R}$, verificar que son paralelos y hallar la distancia $d(L, \pi)$.