

Apellido y nombres:.....

Carrera:.....

email:.....

1. Dada la función

$$z = f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{(x^2 + y^2)^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- a) Estudie si es continua en $P_0 = (0, 0)$.
 b) Halle, si existen, las derivadas parciales de f en $P_0 = (0, 0)$.
 c) Es f diferenciable en P_0 ?

Justifique TODAS sus afirmaciones

2. Calcular la integral curvilínea

$$\int_C \left(\frac{2x(1 - e^y)}{(1 + x^2)^2} \right) dx + \left(\frac{e^y}{1 + x^2} \right) dy,$$

si C es el **arco** de curva $y = \sec(\pi x)$, con $1 \leq x \leq 2$. **Justifique TODAS sus afirmaciones**

3. Considere la region $\mathcal{V}$ comprendida entre las superficies

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq z^2 \\ 1 \leq z \leq 2 \end{cases}$$

- a) Halle el volúmen de del sólido que ambas determinan.
 b) Calcule el flujo del campo $\vec{F} = (zy, xz, yx)$ a través de $\mathcal{S} = Fr(\mathcal{V})$ sólido del inciso a).

Justifique TODAS sus afirmaciones

4. Sea $\vec{v} = (\cos\theta, \sin\theta)$, para todo θ y la función

$$z = f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 - y^3}{x^2 + y^2}, & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- a) Sabiendo que f no es diferenciable en $(0, 0)$, halle la expresión para $\mathcal{D}_\theta f(0, 0)$.
 b) Halle $\vec{v}$ tal que $\mathcal{D}_{\vec{v}} f(0, 0) = 0$
 c) Explique la relación entre diferenciabilidad y existencia de derivadas direccionales.

Justifique TODAS sus afirmaciones

5. Considere el campo $\vec{F} = \left(\frac{1}{2} \ln(x^2 + y^2), -\arctg\left(\frac{y}{x}\right) \right)$

- a) Pruebe que $\vec{F}$ es un campo potencial.
 b) Determine un dominio $\mathcal{D}$ en el cual el campo sea conservativo.
 c) Sea $x_0 > 1$, $y_0 \in \mathbb{R}$. Sean los puntos $A = (1, 0)$, $B = (x_0, 0)$ y $C = (x_0, y_0)$. Calcular

$$\int_A^B \langle \vec{F}, dp \rangle + \int_B^C \langle \vec{F}, dp \rangle \quad \textbf{Justifique TODAS sus afirmaciones}$$