

2º Examen parcial de Lenguajes Formales y Autómatas - 9 de noviembre de 2015-(TEMA 1)

Apellido y Nombre: _____ **Nro de registro:** _____

E-mail: _____ **# Hojas entregadas (s/enunciado)** _____

HACER LOS EJERCICIOS EN HOJAS SEPARADAS

Ejercicio 1.

a) Considere las siguientes relaciones definidas sobre $S = \{n: 0 \leq n \leq 9\}$

- R_1 definida como: $a R_1 b$ sí y solo si a y b son pares
- R_2 definida como: $a R_2 b$ sí y solo si $a=b$
- R_3 definida como: $a R_3 b$ sí y solo si a y b son impares o $a=b$
- R_4 definida como: $a R_4 b$ sí y solo si $a-b \bmod 5 = 0$

Para cada una se pide que:

- en caso de ser una relación de equivalencia, indique las particiones asociadas a la misma y si no es una relación de equivalencia justifique por qué no lo es.

- en caso de ser una relación de orden, muestre el diagrama de Hasse correspondiente y si no es una relación de orden justifique por qué no lo es.

b) Sea $A=\{a,b,c\}$ y $S = \wp(A) - \{\emptyset\}$

1. Definimos la relación ρ sobre S como: $X \rho Y$ sí y solo si $X \cap Y \neq \emptyset$. Justificar formalmente por qué no es una relación de equivalencia.
2. Definimos la relación σ sobre S como: $X \sigma Y$ sí y solo si $X \subseteq Y$. Dar el diagrama de Hasse correspondiente. ¿La relación define un reticulado? ¿Cuáles son los elementos minimales y maximales? Justificar adecuadamente todas sus respuestas.

Ejercicio 2

a) Considere que cuenta con la siguiente definición de la función que computa el menor valor de un par de naturales:

$$\begin{array}{ll} \text{menor}(n,m) = n & \text{si } n < m \\ \text{menor}(n,m) = m & \text{si } m \leq n \end{array}$$

Dar una definición recursiva de la función *mínimo* que computa el mínimo natural de una lista de naturales.

b) Dar una definición recursiva $\text{par}(e,L)$, que computa verdadero en caso que el elemento e , aparezca una cantidad par de veces en la lista L , y falso en caso contrario.

OBS: En sus definiciones (a) y (b), respete la siguiente notación: denotamos $L = x :: T$ si L es una lista no vacía con cabeza x y cola T , y denotamos con $\langle \rangle$ a la lista vacía.

Ejercicio 3

Sean los lenguajes L_1 , L_2 y L_3 definidos sobre el alfabeto $\{a,b,c\}$ descritos de la siguiente manera

- $L_1 = L(G)$ para la gramática G definida como:

$G = (V_n, V_t, S, P)$ donde $V_n = \{S, A, C\}$, $V_t = \{a,b,c\}$ y P está dado por las siguientes reglas:

$$\begin{array}{ll} S \rightarrow A & C \rightarrow cc \\ A \rightarrow ab & C \rightarrow cCc \\ A \rightarrow aAb & A \rightarrow C \end{array}$$

- $L_2 = L(M)$ para el autómata finito reconocedor $M = (S, \Sigma, \delta, A, F)$, con

δ	a	b	c
A	A	B	C
B	C	B	C
C	C	C	C

$$S = \{A, B, C\}$$

$$\Sigma = \{a,b,c\}$$

$$F = \{A, B\}$$

- $L_3 = \{a c^p b : p \text{ es múltiplo de } 3, p > 0\}$

a) Indicar $L_1 \cap L_2$ y $L_1 \cap L_3$

b) dar dos cadenas que pertenezcan a L_1 y no a L_2 , y viceversa.

c) dar dos cadenas que pertenezcan a L_1 y no a L_3 y viceversa.

Ejercicio 4

a) Dar un autómata reconocedor determinista que reconozca cadenas formadas a partir del alfabeto $\{1,0\}$ tal que, toda secuencia de 0's en la cadena tiene longitud múltiplo de tres. Por ejemplo: las cadenas 0001110000001 y 1111 pertenecen al lenguaje, mientras que las cadenas 1010001 y 00001 no pertenecen al lenguaje. Dar el gráfico y la definición formal del autómata solicitado.

b) Considere una función $\text{shift}(x)$ que tomando una secuencia x de ceros y unos, retorna la secuencia obtenida de realizar sobre x un corrimiento a izquierda de sus componentes.

Por ejemplo: $\text{shift}(\underline{1}10100) = 10100\underline{1}$ $\text{shift}(\underline{0}100) = 100\underline{0}$ $\text{shift}(\underline{1}) = \underline{1}$

Observe que el primer símbolo pasa a ser el último en la cadena de salida.

Diseñe un autómata traductor de Mealy (salida en las transiciones) que compute la función $\text{shift}(x)$. Considere que el alfabeto de entrada es el conjunto $\{0,1,\$ \}$ y que la cadena de entrada finaliza con un símbolo $\$$. Su autómata debe procesar (leer) y emitir (escribir) de a un símbolo a la vez.